

Cálculo dos Esforços Solicitantes em Embarcações Utilizando Planilha Eletrônica

Oscar Brito Augusto¹

Resumo

No trabalho apresenta-se uma metodologia simples e prática para a obtenção dos esforços solicitantes primários em estruturas de flutuantes. O corpo flutuante é considerado como sendo uma viga, com peso equilibrado pelas forças de flutuação na presença de ondas, podendo a distribuição de pesos não ser simétrica em relação ao plano longitudinal do corpo, ocasionando, na condição de equilíbrio, banda e, eventualmente, trim. Para a sistematização, o manuseio, a visualização dos dados e dos gráficos, o cálculo do equilíbrio na onda e as demais operações necessárias, optou-se pelo uso de uma planilha eletrônica, o que torna o trabalho exequível apenas com o uso de um computador pessoal. Adicionalmente, apresenta-se uma metodologia para o cálculo do volume imerso do casco que pode ser facilmente estendida para o cálculo de curvas hidrostáticas e de estabilidade de corpos flutuantes.

Abstract

In the work, a simple and practical methodology is presented for the attainment of primary bending forces in ship structures. The floating body is considered as being a beam with weight balanced by the buoyancy in waves. The distribution of weights may be unsymmetrical relative to the body's longitudinal plan, heeling and eventually trimming the hull to the balance condition. For data systematization, data input, data visualization, data plot, balance calculation of the floating body and other necessary operations, it was used an Excel spread sheet, which is accessible for any engineer with a personal computer. Additionally, a methodology for hull submerged volume calculation is presented and it can easily be extended for hydrostatic and stability curves of floating bodies' computation.

¹ Prof. Associado do Departamento de Engenharia Naval e Oceânica
da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

Nomenclatura

A	área	α	ângulo de trim
A_b	área submersa da baliza	γ	peso específico da água
$b(x)$	força de flutuação	γ_t	peso específico da carga no tanque t
B	boca	θ	ângulo de banda
BB	bombordo	ϕ	ângulo de fase da onda
BE	boreste	(ξ, ψ, ζ)	sistema referencial de coordenadas
CA	centro de área	μ	fator de comprimento de onda
CG	centro de gravidade	Δ	deslocamento da embarcação
D	pontal	Δ_{leve}	peso do navio leve
dwt_c	peso da carga	∇	volume de carena
$f(x)$	força líquida resultante: $b(x)-q(x)$	∇_t	volume de tanque/porão/compartimento
H_w	Altura da onda		
\bar{h}	calado médio		
$\bar{h}_b(x)$	calado médio na posição da baliza		
$h(x)$	calado		
h_{bb}, h_{be}	calado em BB e BE na baliza		
K_B	altura do centro de flutuação		
L	comprimento da embarcação		
LCB	posição longitudinal do centro de carena		
LCG	posição longitudinal do centro de pesos		
M	momento fletor vertical da VN		
Me_y, Me_z	momento de área relativa aos eixos		
P_{emb}	peso da embarcação		
$q(x)$	peso distribuído ao longo do eixo x		
Q_j	peso concentrado		
V	força cortante vertical da VN		
VN	viga navio		
(x, y, z)	sistema de coordenadas da embarcação		
$(x, y, z)_{\nabla}$	coords. do volume de carena		
$(x, y, z)_{leve}$	coords. do CG do navio leve		
$(x, y, z)_t$	coords. do centro de ∇_t		
$(x, y, z)_G$	coords. do CG do navio carregado		
y_{CA}, z_{CA}	coords. do centro de área da baliza		
z_{LN}	altura do eixo neutro da seção transversal		

Introdução

O cálculo de esforços solicitantes, momento fletor e força cortante, em um navio em ondas é uma das importantes etapas ou do projeto ou da análise da estrutura de embarcações. Para esse propósito a embarcação é considerada como sendo um corpo rígido, com distribuição de pesos equilibrada pela distribuição de empuxo ao longo do eixo longitudinal do casco, gerando-se assim a curva de cargas da viga navio em equilíbrio livre.

A maior parcela do esforço do projetista neste procedimento está no cálculo da posição de equilíbrio da embarcação, posição esta que depende da geometria do volume imerso do casco.

Esse cálculo é geralmente feito com o auxílio de aplicativos computacionais específicos para estruturas navais que, por suas naturezas, são, geralmente, acessíveis a poucos.

No trabalho, apresenta-se uma alternativa simples, rápida e econômica para se resolver esse problema, alternativa que faz uso somente de uma planilha eletrônica, dessas comumente encontradas em aplicativos para automação de escritórios.

Para o cálculo dos esforços, o casco, discretizado, é descrito pela tabela de cotas de suas balizas e os pesos podem ser distribuídos ou concentrados ao longo do eixo da viga navio. Por simplicidade, adotou-se, para a flutuação, onda com perfil senoidal, o que não é restrição, pois este pode ser facilmente substituído por outro perfil, como o trocoidal, ou de um modo mais geral, um diferencial de altura relativamente ao calado médio parametrizado baliza a baliza.

Com a tabela de cotas da baliza e a altura da linha da superfície, utiliza-se a regra de integração trapezoidal para o cálculo da área imersa da baliza e, após o cômputo da área de todas as balizas, perfaz-se a integração das áreas ao longo do eixo, obtendo-se o volume imerso e a posição do seu centro.

O problema matemático a ser resolvido passa a ser: qual calado médio, ângulo de banda e ângulo de trim deve ter a embarcação de sorte a coincidirem-se a resultante das forças peso com a resultante das forças de empuxo bem como as coordenadas longitudinal e transversal do centro de volume imerso e do centro de gravidade da embarcação.

Utilizando-se as funções implícitas para o cálculo de extremos de funções disponíveis nas planilhas eletrônicas, os resultados são rapidamente encontrados e os diagramas de esforços solicitantes automaticamente desenhados.

Sistema de referência

Suponha que a embarcação está referenciada por um sistema ortogonal de coordenadas, onde o eixo x é paralelo à linha de base, partindo da extremidade da popa, com sentido para a proa. O eixo y , apontando para bombordo, BB , e o eixo z , completando o sistema positivamente orientado, conforme se ilustra na figura 1.

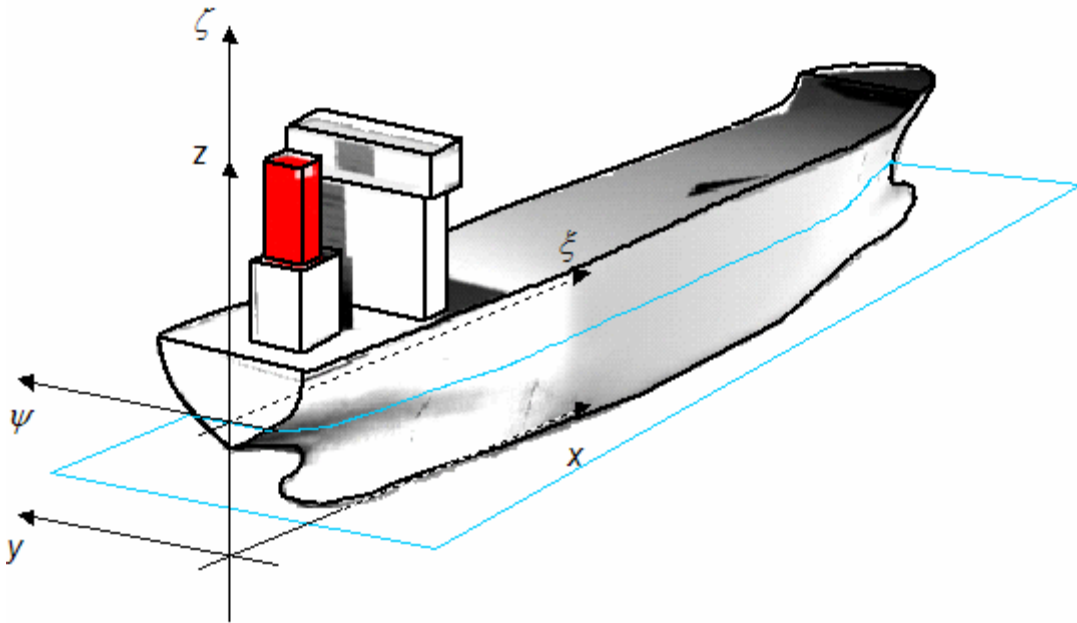


Figura 1. Sistemas de referência.

Para o cálculo de esforços solicitantes, adota-se, usualmente, mar unidirecional, com direção de propagação paralela ao plano longitudinal da embarcação. Nestas condições, suponha a existência de um sistema de coordenadas (ξ, ψ, ζ) fixo à superfície média da água, paralelo ao sistema (x, y, z) estando a embarcação sem trim nem banda, e com o eixo da direção da onda, ξ , paralelo ao eixo x . Para uma onda senoidal com amplitude H_w , a elevação da superfície pode ser definida como.

$$\eta(\xi) = \frac{1}{2} H_w \text{sen}\left(2\pi \frac{\xi}{\mu L} + \phi\right) \quad (1)$$

sendo $\mu \in \mathfrak{R}$, um fator de escala para o comprimento da onda relativamente ao comprimento da embarcação e $\phi \in \mathfrak{R}$ um ângulo de fase.

Quando $\mu = 1$ e $\phi = \pi/2$, tem-se a onda de *tosamento* e para $\mu = 1$ e $\phi = -\pi/2$ tem-se a onda de *alquebramento*.

Sem introduzir erro significativo, pode-se admitir, para moderados ângulos de trim, que o calado, devido à perturbação da onda ao longo do comprimento da embarcação, seja definido por:

$$h(x) = \bar{h} + \frac{1}{2} H_w \text{sen}\left(2\pi \frac{x}{\mu L} + \phi\right) \quad (2)$$

Propriedades de Áreas

Uma das rotinas fundamentais para a obtenção do volume imerso do casco é a de cálculo da área imersa da baliza. Este cálculo é elaborado levando-se em conta que a baliza será discretizada, formando um polígono fechado que compreende a linha da baliza propriamente dita e a linha correspondente à altura do calado na baliza em questão.

Observando-se a figura 3a, pode-se facilmente deduzir que a área do polígono fechado, descrito por n_p pontos, seguidos no sentido horário, tomando-se aleatoriamente um ponto de partida, pode ser dada por:

$$A = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{n_p-1} (y_{n+1} - y_n)(z_{n+1} + z_n) + \frac{1}{2} (y_1 - y_p)(z_1 + z_p) \quad (3)$$

Para dois pontos consecutivos, diga-se n e $n+1$, o termo $\frac{1}{2}(y_{n+1} - y_n)(z_{n+1} + z_n)$ corresponde à área do trapézio formado pela aresta $n, n+1$, as semi-retas que ligam verticalmente esses pontos ao eixo y e a semi-reta, no eixo y , correspondente à distância $(y_{n+1} - y_n)$. A guisa de exemplo, com os pontos 5 e 6, conforme se vê na figura 3b, forma-se o trapézio, P_5, P_6 e os pontos y_5 e y_6 no eixo dos y .

Seguindo os pontos a partir de 2 e indo até 7 pela parte superior do polígono, o computo das áreas dos trapézios é positivo. Por outro lado, partindo-se de 7 e retornando a 2, pela parte inferior do polígono, o computo das áreas é negativo. Caminhando sobre o circuito fechado, partindo-se de um ponto e retornando-se ao próprio, obtém-se a área contida no polígono.

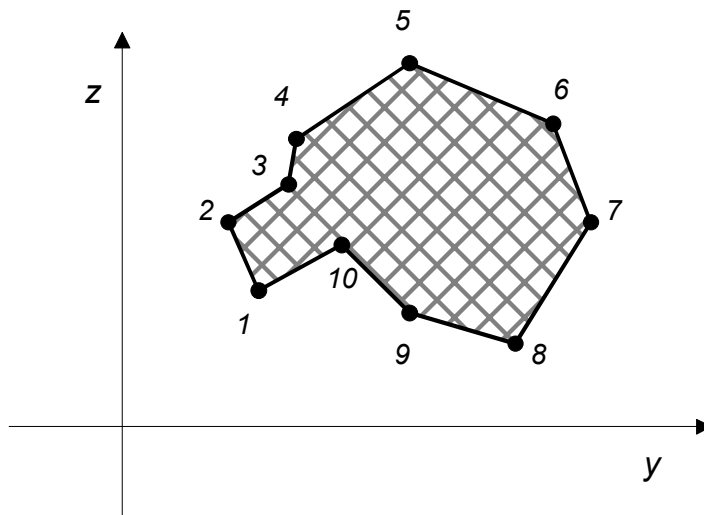


Figura 3a – Área de um polígono fechado.

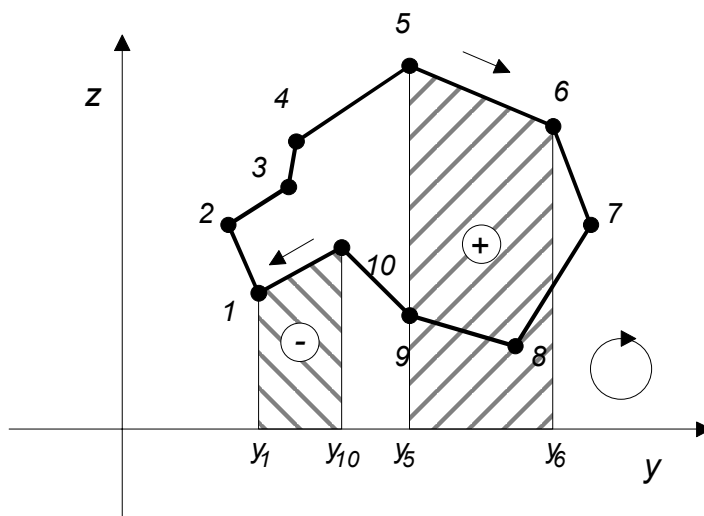


Figura 3b – Trapézios com área positiva ($\Delta y > 0$) e negativa ($\Delta y < 0$)

Com base no trapézio, figura 3b, pode-se facilmente deduzir o momento estático de área do polígono, em relação ao eixo y , como sendo:

$$Me_y = \frac{1}{6} \sum_{n=1}^{n_p-1} (y_{n+1} - y_n)(z_{n+1}^2 + z_n z_{n+1} + z_n^2) + \frac{1}{6} (y_1 - y_p)(z_1^2 + z_p z_1 + z_p^2) \quad (4)$$

De forma análoga, o momento estático de área em relação ao eixo z é dado por:

$$Me_z = \frac{1}{6} \sum_{n=1}^{n_p-1} (z_n - z_{n+1})(y_{n+1}^2 + y_n y_{n+1} + y_n^2) + \frac{1}{6} (z_p - z_1)(y_1^2 + y_p y_1 + y_p^2) \quad (5)$$

Finalmente, as coordenadas do centro de área do polígono são obtidas por meio da equação (6),

$$(y_{CA}, z_{CA}) = \left(\frac{Me_z}{A}, \frac{Me_y}{A} \right) \quad (6)$$

Cálculo do volume imerso do casco

Suponha haver uma embarcação em equilíbrio estático, com trim e banda, e que se tome uma baliza qualquer, na posição x_b , diga-se baliza b . No plano da baliza, a linha de calado será inclinada, conforme se mostra na figura 4a. Sendo a baliza descrita por pontos, pode-se definir o polígono que representa a área imersa da baliza, conforme se mostra na figura 4b.

Aplicando-se as equações de (2) à (6), obtém-se a área imersa A_b e as coordenadas do centro da área imersa $(y_{CA}, z_{CA})_b$ no plano yz .

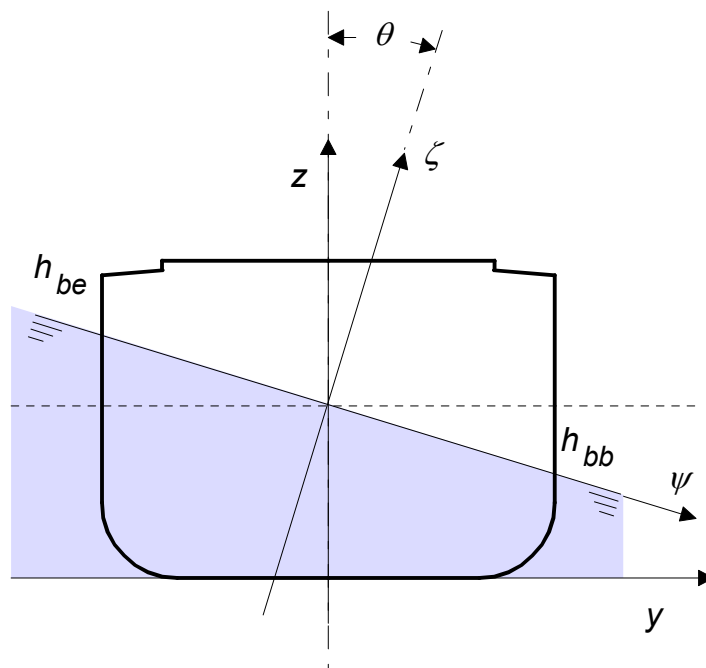


Figura 4a – Elevação da superfície da água na posição de uma baliza para a embarcação com ângulo de banda

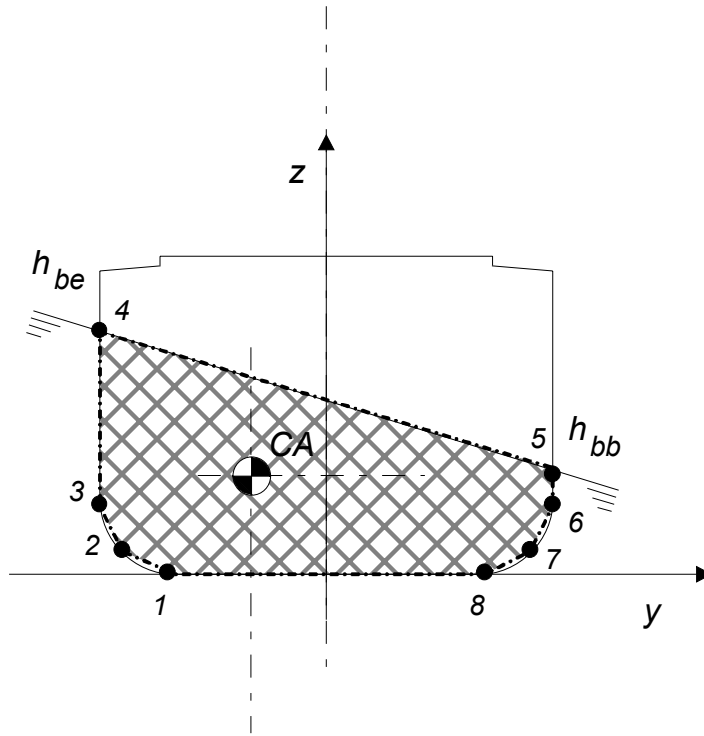


Figura 4b – Representação discretizada, em 8 pontos, da área imersa da baliza, com o centro da área deslocado para *BE*, devido ao ângulo de banda.

Efetuada os cálculos para todas as balizas da embarcação, obtém-se, pela regra trapezoidal de integração, o volume imerso do casco:

$$\nabla = \frac{1}{2} \sum_{b=1}^{n_B} (A_{b+1} + A_b)(x_{b+1} - x_b) \quad (7)$$

A posição longitudinal do centro do volume imerso do casco é obtida por:

$$x_{\nabla} = \frac{1}{2\nabla} \sum_{b=1}^{n_B} (A_{b+1}x_{b+1} + A_b x_b)(x_{b+1} - x_b) \quad (8)$$

Analogamente, obtém-se as demais coordenadas do centro de flutuação:

$$y_{\nabla} = \frac{1}{2\nabla} \sum_{b=1}^{n_B} (A_{b+1}y_{CAb+1} + A_b y_{CAb})(x_{b+1} - x_b) \quad (9)$$

$$z_{\nabla} = \frac{1}{2\nabla} \sum_{b=1}^{n_B} (A_{b+1}z_{CAb+1} + A_b z_{CAb})(x_{b+1} - x_b) \quad (10)$$

A distribuição dos pesos

Para fins de cálculo de esforços solicitantes, podem-se reunir os componentes de peso da embarcação em dois grandes grupos: um composto pelo *peso do navio leve*, Δ_{leve} , compreendendo todos os pesos da embarcação exceto os da carga e dos itens operacionais,

respectivamente, *peso da carga*, dwt_c e *peso operacional* dwt_{op} . Sem perda de generalidade, não se fará distinção entre dwt_c e dwt_{op} , tratando-se ambos de cargas.

Pelo principio de Arquimedes, o peso de um corpo flutuando é igual ao peso da água por ele deslocada:

$$P_{emb} = \Delta_{leve} + dwt = \Delta = \nabla \gamma \quad (11)$$

sendo γ o peso específico da água.

Optou-se por modelar a distribuição do peso do navio leve com:

1. pesos linearmente distribuídos para n_q regiões distintas da embarcação, com valor $(q_r)_i$, na posição a ré, com coordenada $(x_{qr})_i$, valor $(q_v)_i$, com coordenada $(x_{qv})_i$ à vante e altura do centro de pesos, $(z_q)_i$; e,
2. n_Q pesos concentrados Q_j , atuando na posição longitudinal x_{Qj} com respectivas alturas de seus centros de gravidade, z_{Qj} .

Peso do navio leve

Chamando de Δ_{leve} o peso do navio leve e $(x_{leve}, y_{leve}, z_{leve})$, as coordenadas do centro de gravidade desse peso; definem-se

$$\Delta_{leve} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n_q} (q_v + q_r)_i (x_{qv} - x_{qr})_i + \sum_{j=1}^{n_Q} Q_j \quad (12)$$

É razoável admitir que a distribuição de pesos do navio leve seja simétrica em relação ao plano de simetria longitudinal da embarcação, resultando $y_{leve} = 0$. Para as outras duas coordenadas, calculam-se:

$$x_{leve} = \frac{1}{2\Delta_{leve}} \left(\sum_{i=1}^{n_q} (q_v x_{qv} + q_r x_{qr})_i (x_{qv} - x_{qr})_i + 2 \sum_{j=1}^{n_Q} Q_j x_{Qj} \right) \quad (13)$$

$$z_{leve} = \frac{1}{2\Delta_{leve}} \left(\sum_{i=1}^{n_q} (q_v + q_r)_i (x_{qv} - x_{qr})_i (z_q)_i + 2 \sum_{j=1}^{n_Q} Q_j z_{Qj} \right) \quad (14)$$

Peso da carga

Por hipótese, porões, compartimentos e tanques serão destinados para o transporte de cargas, itens operacionais como óleo combustível, lubrificantes ou água doce e de lastro. Portanto, seus pesos dependerão do item transportado, definido por um peso específico e do volume ocupado. A título de simplicidade no tratamento da nomenclatura das equações e sem prejuízo para o entendimento, irá se utilizar a nomenclatura *tanque* quer para porão de carga, quer para compartimento e quer para tanque propriamente dito.

Para o cálculo do volume de tanques, irá se adotar a mesma metodologia utilizada para o cálculo do volume imerso do casco. Cada tanque deverá ter suas seções inicial e final discretizadas por pontos, conforme se mostra na figura 5.

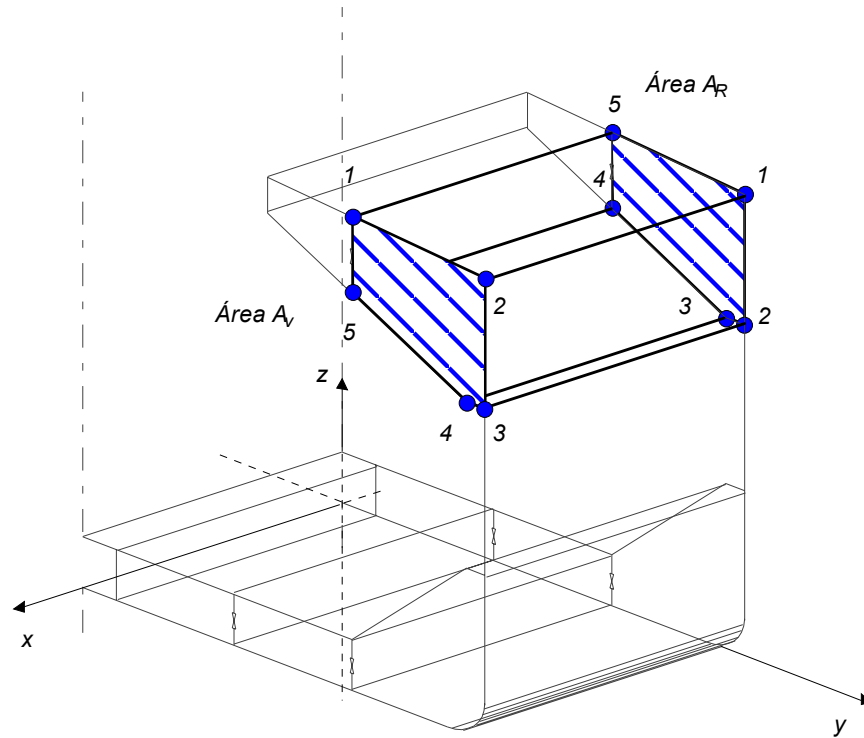


Figura 5 – Volume de um tanque

Tomando-se o tanque t , seja $(A_r)_t$ a área da seção transversal de ré do tanque, calculada pela aplicação da equação 2. Sejam $(x_r, y_r, z_r)_t$ as coordenadas do centro de $(A_r)_t$, calculadas pela aplicação da equação 6. De modo análogo, sejam $(A_v)_t$ e $(x_v, y_v, z_v)_t$ a área e as coordenadas do centro de área da seção transversal de vante do tanque.

Nestas condições, o volume do tanque será dado por:

$$\nabla_t = \frac{1}{2}(A_v + A_r)_t(x_v - x_r)_t \quad (15)$$

e as coordenadas de seu centro, (x_b, y_b, z_t)

$$x_t = \frac{(A_v x_v + A_r x_r)_t}{(A_v + A_r)_t} \quad (16)$$

$$y_t = \frac{(A_v y_v + A_r y_r)_t}{(A_v + A_r)_t} \quad (17)$$

$$z_t = \frac{(A_v z_v + A_r z_r)_t}{(A_v + A_r)_t} \quad (18)$$

Sendo o tanque t ocupado por carga com peso específico γ_c , calcula-se o peso total do navio com n_{tan} tanques carregados:

$$\Delta = \Delta_{leve} + \sum_{t=1}^{n_{tan}} \nabla_t \gamma_t \quad (19)$$

e o centro de gravidade do peso (x_G, y_G, z_G)

$$x_G = \frac{1}{\Delta} \left(\Delta_{leve} x_{leve} + \sum_{t=1}^{n_{tan}} \nabla_t \gamma_t x_t \right) \quad (20)$$

$$y_G = \frac{1}{\Delta} \left(\Delta_{leve} y_{leve} + \sum_{t=1}^{n_{tan}} \nabla_t \gamma_t y_t \right) \quad (21)$$

$$z_G = \frac{1}{\Delta} \left(\Delta_{leve} z_{leve} + \sum_{t=1}^{n_{tan}} \nabla_t \gamma_t z_t \right) \quad (22)$$

A título de ilustração, referenciando-se à nomenclatura usual da arquitetura naval, têm-se $KG = z_G$ e $LCG = x_G$, respectivamente, altura e posição longitudinal do centro de gravidade da embarcação.

Cálculo do equilíbrio em ondas

Para o cálculo do volume imerso e das coordenadas do centro desse volume, utilizando-se as equações de (7) a (10), será necessário definir a altura da onda H_w , o calado médio, \bar{h} , o ângulo de trim, α , e o ângulo de banda, θ . Porém, calado médio, trim e banda dependem da configuração de equilíbrio que a embarcação encontrará em função da distribuição dos pesos em seu interior.

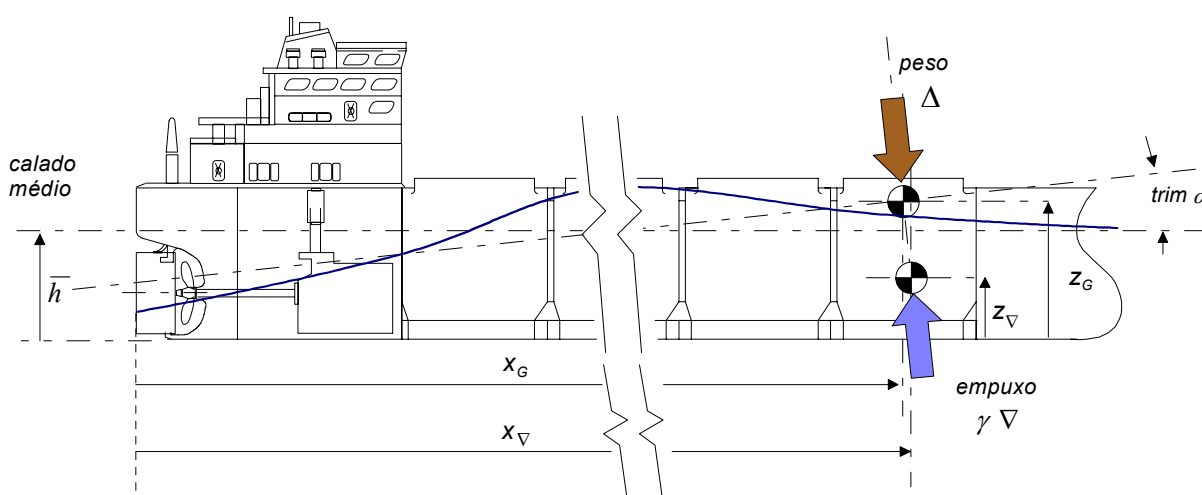


Figura 6a – Navio em equilíbrio longitudinal

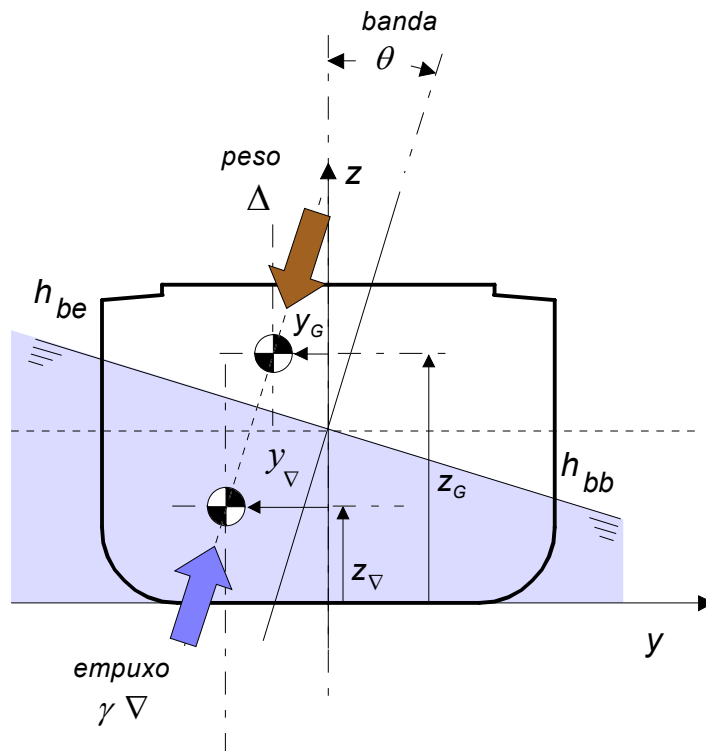


Figura 6b – Navio em equilíbrio transversal

Observando-se a figura 6, na condição de equilíbrio as quatro condições a seguir devem ser verificadas:

1. o peso da embarcação deve ser igual ao peso da água deslocada:

$$\Delta = \nabla \gamma \quad (23)$$

2. a posição longitudinal do centro de peso, x_G , e do centro de volume imerso, x_V , figura 6a, devem satisfazer a relação:

$$x_G = x_V - (z_G - z_V) \tan \alpha \quad (24)$$

3. a posição transversal do centro de peso, y_G , e do centro de volume imerso, y_V , figura 6b, devem satisfazer a relação:

$$y_G = y_V + (z_G - z_V) \tan \theta \quad (25)$$

Definida, pelo projetista, a altura de onda H_w , o problema a ser resolvido passa a ser: quais devem ser os valores de \bar{h} , α , e θ , para que as equações (23) a (25) sejam satisfeitas.

Dentre os diversos processos para se resolver esse problema, optou-se por um de otimização que minimize o erro quadrático médio dos atributos de equilíbrio, equações (23) a (25), ou seja, explicitamente, que se minimize a função:

$$f(\alpha, \theta, \bar{h}) = \left\{ \omega_x \left(\frac{x_G - x_V + (z_G - z_V) \tan \alpha}{L} \right)^2 + \omega_y \left(\frac{y_G - y_V - (z_G - z_V) \tan \theta}{B} \right)^2 + \omega_\Delta \left(\frac{(\Delta - \nabla \gamma)}{\Delta} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (26)$$

onde os parâmetros L , B e Δ foram arbitrariamente escolhidos para normalizar os termos da soma do radicando de (26) e $(\omega_x, \omega_y, \omega_\Delta)$ são pesos, também arbitrários porém com valores positivos, que aceleram preferencialmente a convergência entre os termos.

Sendo $f(\alpha, \theta, \bar{h})$ não negativa, seu mínimo possui valor positivo ou nulo. Assim, se houver uma condição de equilíbrio estático, existirá o ponto $(\alpha^*, \theta^*, \bar{h}^*)$ que resulta em $f(\alpha^*, \theta^*, \bar{h}^*) = 0$. Além disso, tal condição só ocorrerá se os termos quadráticos do radicando da equação (26) forem identicamente nulos, o que satisfaz as equações (23) a (25).

Sem perda de generalidade do processo, pois qualquer biblioteca matemática que possua recursos para otimização de funções possa ser utilizada, optou-se pelo uso da planilha eletrônica Excel, que além de facilitar a sistematização dos dados, como tabulação dos pontos das balizas e dos porões de carga, permite a confecção dos gráficos e possui uma ferramenta de otimização baseada nos métodos *Quase-Newton* ou do *Gradiente Conjugado*, utilizado para resolver a equação (26).

Cálculo dos esforços solicitantes

Com a embarcação em equilíbrio, podem-se calcular os esforços solicitantes à flexão longitudinal da viga navio. Adotando-se a Teoria Simples de Vigas [2], com pequenas deflexões e no regime elástico, a distribuição de momentos fletores ao longo do eixo, $M(x)$, deve satisfazer a relação:

$$\frac{d^2 M}{dx^2} = f(x) \quad (27)$$

onde $f(x)$ é a carga transversal na viga, expressa por uma distribuição longitudinal de forças. Para a embarcação, ela é o valor líquido resultante da superposição da distribuição do peso $q(x)$ e da flutuação $b(x)$. Pelo sistema de coordenadas adotado, as forças de flutuação são positivas e as de peso são negativas, conforme se define na figura 7.

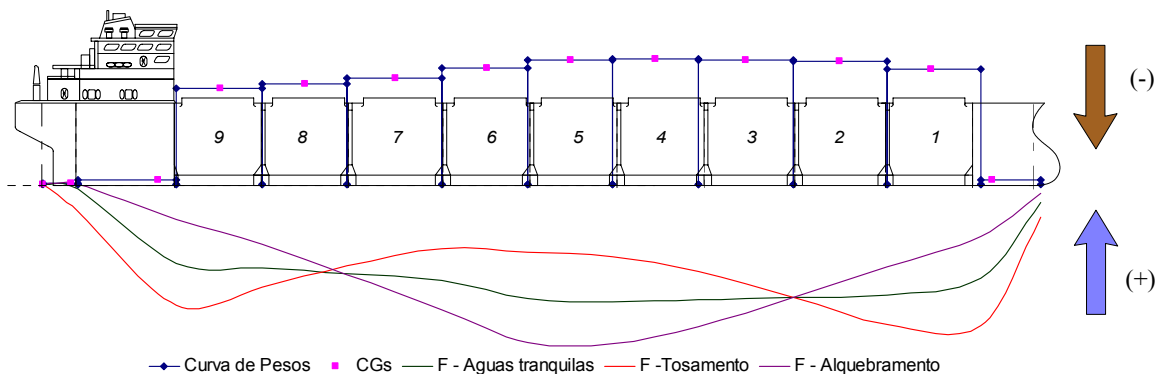


Figura 7 – Curva de distribuição de pesos e de flutuação da viga navio

A solução da equação (27) requer duas integrações. A primeira resulta na força cortante transversal vertical, $V(x)$, obtida pela imposição do equilíbrio em um elemento diferencial ao longo do comprimento, considerado como um corpo livre, conforme se ilustra na figura 8:

$$V + f dx - V - dV = 0 \quad (28.a)$$

ou

$$f = \frac{dV}{dx} \quad (29.b)$$

da qual resulta

$$V(x) = \int_0^x f(x) dx + C_0 \quad (30)$$

Para embarcações, a constante de integração é sempre nula, pois inexistente força cortante nas extremidades da viga navio, podendo a viga navio ser considerada como uma viga com condições de contorno “livre-livre”.

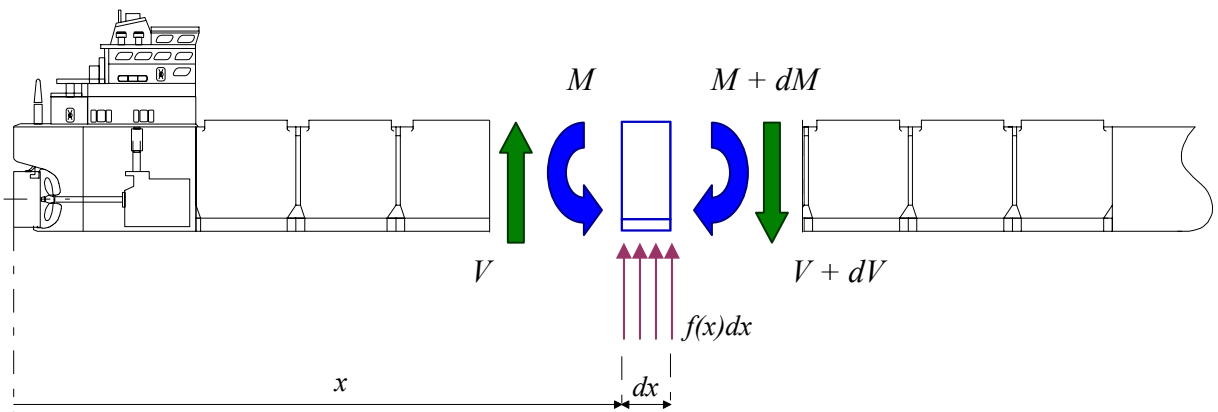


Figura 8 – Equilíbrio de um elemento diferencial de viga

O equilíbrio de momentos gera a equação:

$$M - V dx - f dx \frac{dx}{2} - (M + dM) = 0 \quad (31)$$

O termo dx^2 , por ser de segunda ordem, é desprezado, resultando:

$$V = - \frac{dM}{dx} \quad (32)$$

da qual resulta

$$M(x) = -\int_0^x V(x)dx + C \overset{=0}{\nearrow} \quad (33)$$

A convenção de sinais para força cortante e para momento fletor é a mostrada na figura 8.

A força cortante, num ponto qualquer, é positiva se a integral, ou a força resultante acumulada devido a peso e flutuação, até o ponto, é positiva. Ou, de modo alternativo, com o sistema de referência adotado, pode-se dizer que a força cortante é positiva se ela tenta girar um elemento diferencial da viga navio, no sentido horário.

De modo análogo, o momento fletor num ponto qualquer é positivo, se a integral, ou o acúmulo da força cortante, é negativo para aquele ponto. Ou, de modo alternativo, admitindo-se que o eixo neutro da viga navio ocupe localmente a coordenada z_{LN} , o momento fletor é positivo se ele provocar tração nas fibras com coordenada $(z - z_{LN})$ positivas. Para a viga navio isto significa *momento fletor de alquebramento*.

Dos modelos à prática. Na presente proposta determina-se a curva de cargas, a distribuição de forças cortantes e a distribuição de momentos fletores, nessa ordem, em cada coordenada de baliza, percorrendo-se os seguintes passos:

1. efetua-se a distribuição dos pesos ao longo do eixo x da viga navio.
2. define-se o perfil da onda (alquebramento ou tosamento) e sua altura H_w ;
3. equilibra-se a embarcação na onda;
4. em cada posição de antepara, x_a , adiciona-se a flutuação, como sendo:

$$b(x_a) = A_a \gamma \quad (34)$$

onde A_a é obtido por interpolação entre as áreas das balizas a ré e a vante da antepara;

5. em cada posição de antepara, calcula-se a força cortante, implementando-se a integral da equação (30) como soma acumulada;
6. em cada posição de antepara, calcula-se o momento fletor, implementando-se a integral da equação (33) como soma acumulada.

Os passos de 1 a 6 são repetidos para as condições de carga e de ondas desejadas, obtendo-se uma envoltória de esforços solicitantes que pode ser utilizada para a análise ou para o projeto da estrutura primária da embarcação.

Exemplo de aplicação

Seja PNV2433 um navio hipotético conforme ilustrado na figura 9. Trata-se do navio graneleiro, de 150 000 toneladas de dwt e 270 m de comprimento. O arranjo de tanques a meio navio é mostrado na figura 10. Na tabela T1, apresentam-se as principais características da embarcação e na tabela T2, a tabela de cotas das balizas.

Tabela T1 - Dimensões Principais do Navio PNV 2433

Comprimento de linha d'água	LWL	270.361	m
Boca Moldada	B	43.000	m
Pontal Moldado	D	24.500	m
Calado de Projeto	H	17.0	m

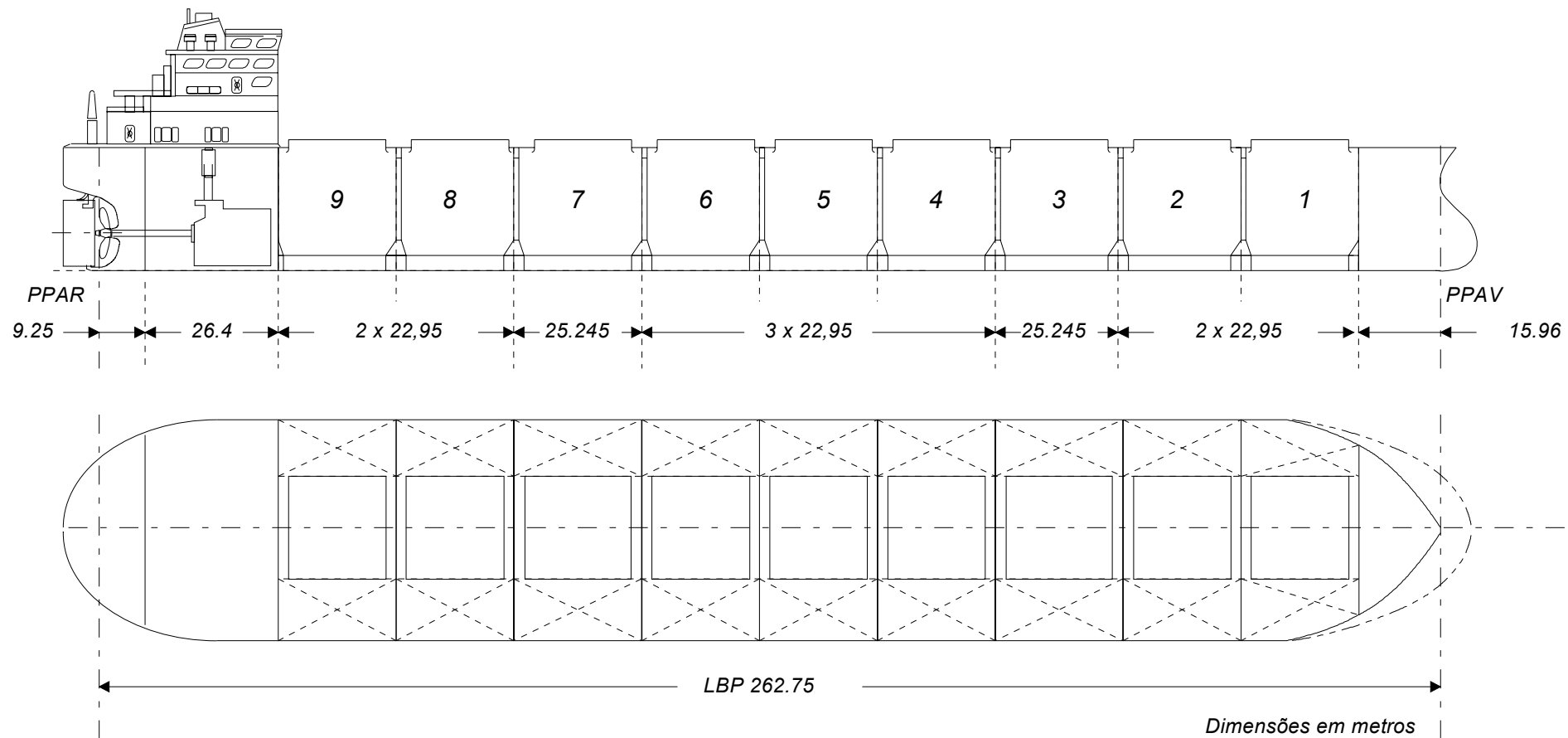


Figura 9 – Navio graneleiro PNV 2433

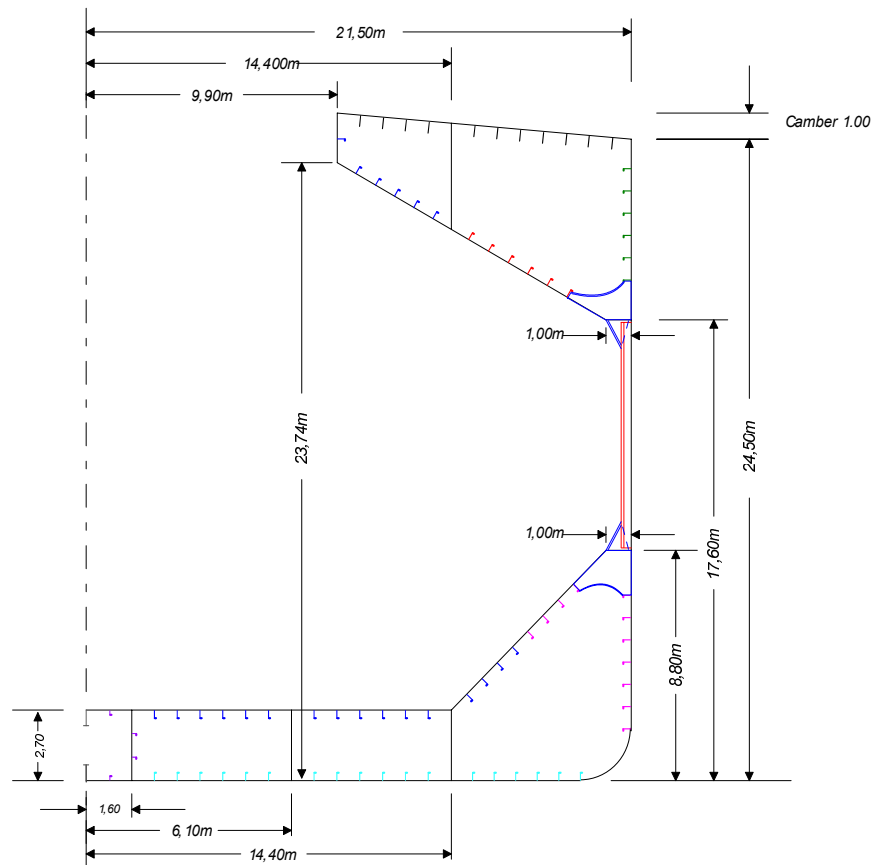


Figura 10 – Dimensões dos tanques na seção mestra

Tabela T2 - Tabela de cotas das balizas

Baliza	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
x(m)	273.5	272.7	271.4	270	268.2	263.0	249.8	236.7	223.5	210.4	197.2	184.1	170.9	157.8
z(m)				1.3834	1.9645	3.3708	7.1742	11.4652	15.0338	18.0967	20.2876	21.5000	21.5000	21.5000
24.0				1.1087	1.6329	2.9007	6.6641	10.7825	14.3284	17.5891	19.9451	21.4192	21.5000	21.5000
21.6				0.8507	1.3599	2.4931	6.1589	10.1042	13.6682	17.0240	19.6371	21.3383	21.5000	21.5000
19.2				0.6495	1.1387	2.1600	5.6138	9.4584	13.0606	16.5439	19.3210	21.2252	21.5000	21.5000
16.8				0.4059	0.9584	1.8200	5.0561	8.8721	12.4229	16.0712	19.0719	21.0873	21.5000	21.5000
14.4				0.3198	0.8079	1.5600	4.6047	8.3444	11.9303	15.6586	18.7794	20.9673	21.5000	21.5000
12.0				0.1800	0.6233	1.3500	4.1214	7.7418	11.3852	15.1410	18.5643	20.7600	21.5000	21.5000
9.6				0.0000	0.8388	1.6800	3.6009	6.9966	10.7025	14.4689	18.1542	20.5523	21.5000	21.5000
7.2				0.8728	1.9578	2.4076	3.4420	6.6115	10.2062					
6.0				1.0776	1.9889	2.6209	3.4432	6.0664	9.7098	13.5223	17.2565	20.0447	21.4192	21.5000
5.4			0.0000	1.5359	2.3409	2.7364	3.4426	6.3390	9.9580					
4.8		0.0000		1.9889	2.6209	2.9252	3.4432	6.0664	9.7098					
3.6	0.0000	0.7708	1.5842	2.3063	2.7363	3.0234	3.5524	5.4414	8.7409					
2.4	0.0000	0.7198	1.5319	2.1965	2.5815	2.8665	3.3416	4.5763	7.7720	11.5077	15.5125	18.3065	20.2898	20.4000
1.2		0.0000	1.0498	1.6738	1.9115	2.2307	2.8775	3.5597	6.5368					
0.6			0.6539	1.1384	1.3268	1.5728	2.1054	2.8414	5.9192					
0.0			0.0000	0.4200	0.6400	0.8700	1.3333	2.1232	5.3016	8.8910	12.6941	15.7333	17.2970	18.0000
0.0				0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

Baliza	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
x(m)	144.6	131.5	118.3	105.2	92.0	78.9	65.7	59.2	52.6	46.0	39.4	26.3	13.1	0
z(m)														
24.0	-21.5000	-21.5000	-21.5000	-21.1767	-20.2876	-18.7794	-16.6989	-15.6565	-14.5489	-13.2843	-11.9624	-9.4172	-6.7895	-4.5263
21.6	-21.5000	-21.5000	-21.5000	-21.0150	-19.9350	-17.9992	-15.7921	-14.5361	-13.4156	-12.0503	-10.7508	-8.3444	-5.8179	-3.5956
19.2	-21.5000	-21.5000	-21.5000	-20.7934	-19.3768	-16.9740	-14.5489	-13.1249	-11.8032	-10.3991	-9.2221	-6.5890	-4.1614	-1.9374
16.8	-21.5000	-21.5000	-21.4192	-20.4373	-18.5843	-15.6586	-12.8305	-11.3062	-9.7098	-8.2469	-6.8816	-4.3635	-2.0055	0.0000
14.4	-21.5000	-21.5000	-21.2224	-20.0621	-17.7066	-14.2933	-10.8800	-9.1246	-7.3692	-5.8089	-4.3460	-1.9556	0.0000	
12.0	-21.5000	-21.5000	-21.0149	-19.4545	-16.5363	-12.7330	-8.9296	-7.0766	-5.1262	-3.4683	-2.0055	0.0000		
9.6	-21.5000	-21.5000	-20.6748	-18.6042	-15.1385	-10.9150	-6.9791	-5.0862	-3.1757	-1.5179	0.0000			
7.2	-21.5000	-21.2474	-20.0272	-17.3315	-13.3406	-9.1896	-5.1688	-3.1483	-1.4779	0.0000				
6.0														
5.4														
4.8	-21.5000	-20.7248	-18.8668	-15.6110	-11.3101	-7.2142	-3.2733	-1.5179	0.0000					
3.6														
2.4	-20.4000	-19.3879	-17.1500	-13.3741	-9.0850	-4.9982	-1.5422	0.0000						
1.2														
0.6														
0.0	-18.0000	-16.8771	-14.4323	-10.6192	-6.5578	-2.4046	0.0000							
0.0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000								

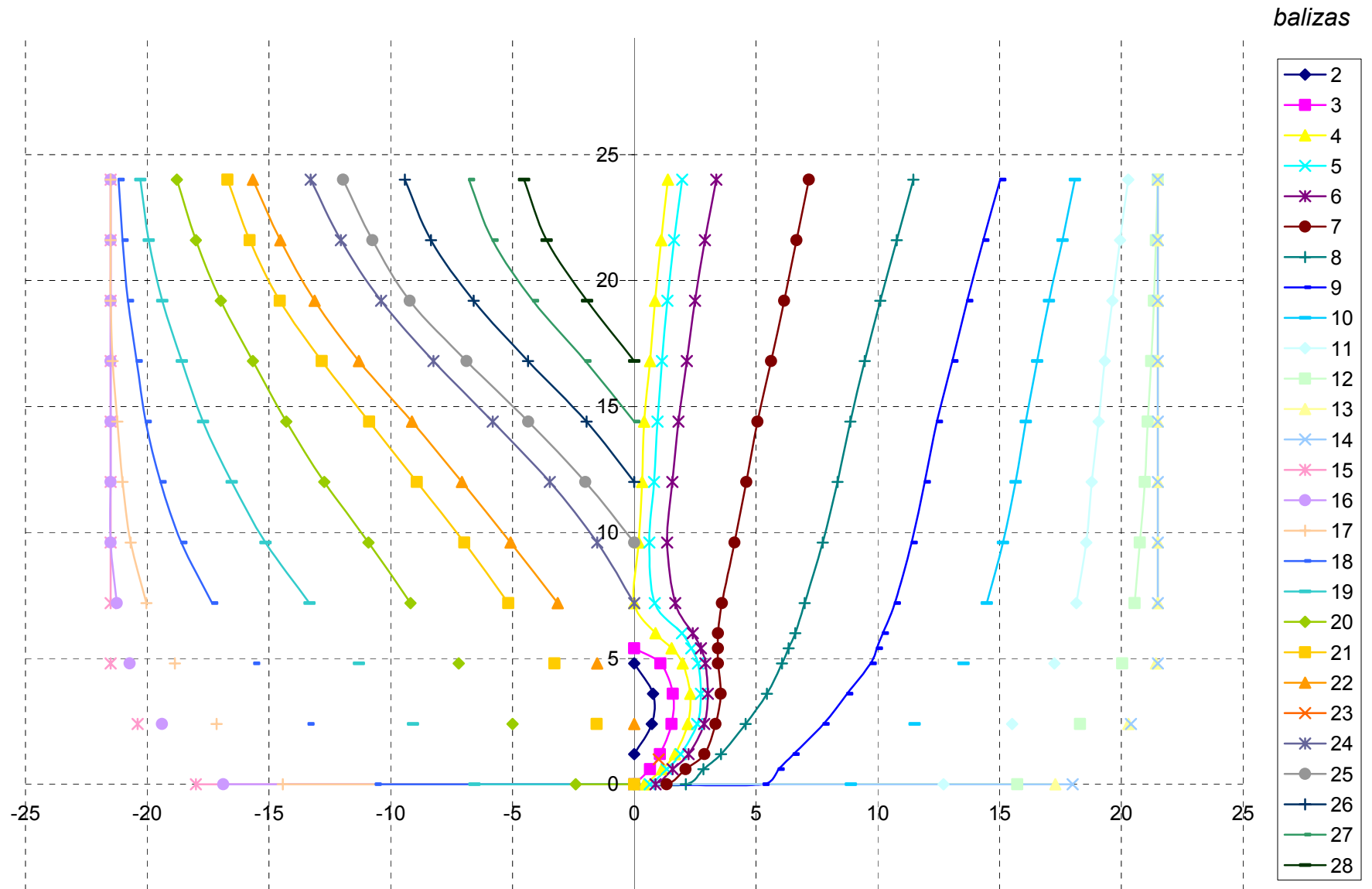


Figura 11 – Plano de balizas do graneleiro PNV 2433

Carregando-se os porões de 1 a 9 com carga de peso específico 0.769 tf/m^3 e adotando-se altura de onda igual a $L/20$, obtém-se, utilizando a planilha eletrônica desenvolvida, as curvas de esforços solicitantes mostradas nas figuras 12 e 13.

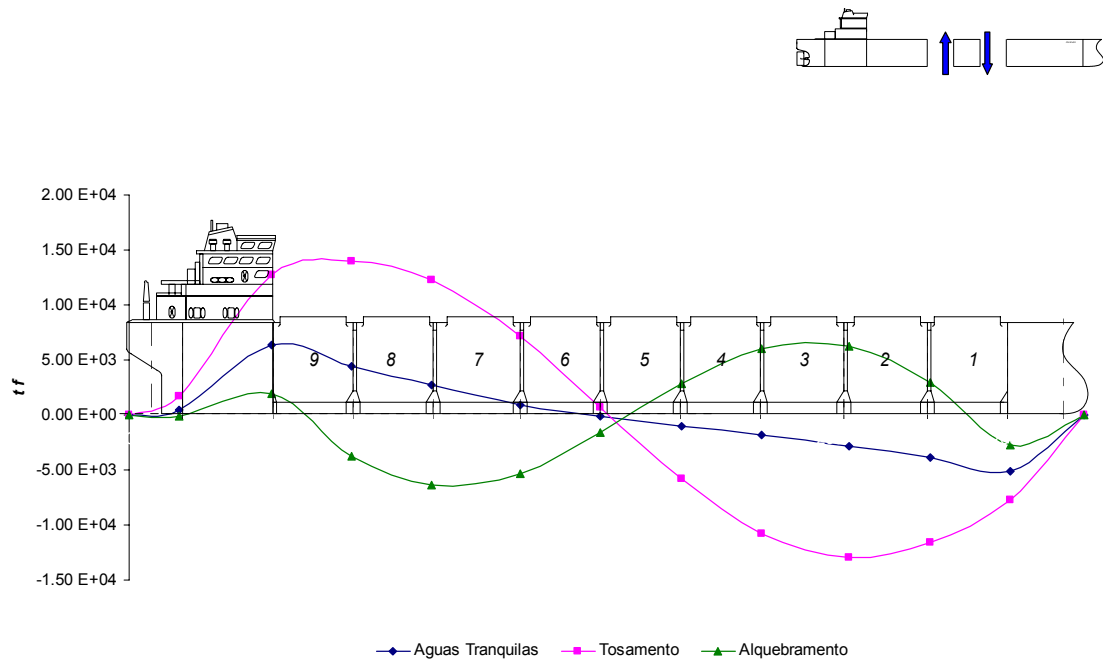


Figura 12 – Curvas Forças Cortantes

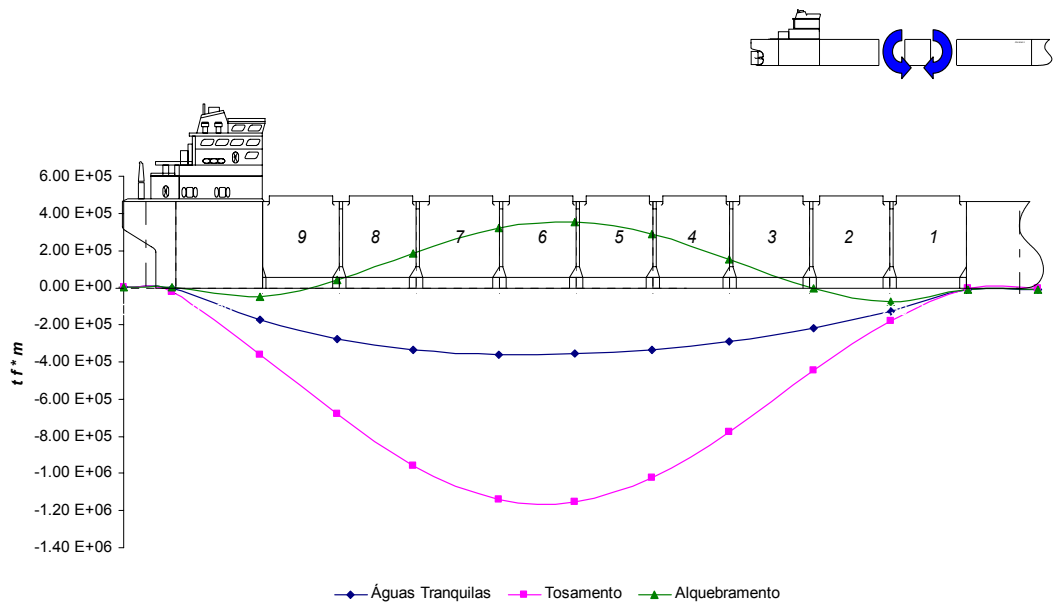


Figura 13 – Curvas Momentos Fletores

Conclusões

No trabalho apresentou-se uma formulação consistente para o cálculo do equilíbrio do navio em ondas e para o desenho dos diagramas de esforços solicitantes primários da viga navio. Tal formulação permite a programação em qualquer linguagem computacional bem como a utilização de bibliotecas de aplicativos de otimização para a busca iterativa da posição de equilíbrio. Não obstante, adotou-se a planilha eletrônica Excel, como ferramenta básica para a tarefa, por ser de fácil acesso, por permitir a sistematização dos dados e a confecção dos gráficos.

Como extensão do trabalho, pode-se calcular, a partir dos esforços solicitantes, as distribuições de tensões normais e de cisalhamento, ao longo de qualquer seção transversal da viga navio.

Além disso, outro potencial desenvolvimento é o de cálculo e de desenho das curvas hidrostáticas e de estabilidade do casco a partir dos conceitos de cálculo de volume apresentados.

A metodologia proposta foi aplicada em um exemplo de casco hipotético onde se verificou a validade dos modelos utilizados.

Referências

- [1] Comstock, J., P., editor, *Principles of Naval Architecture*, SNAME, 1967, New York.
- [2] Hughes, O. F., *Ship Structural Design, A Rationally-Based, Computer-Aided Optimization Approach*, SNAME, 1988, New Jersey.
- [3] Eric Wells, *Desenvolvendo Soluções e Aplicações em Excel 7/Visual Basic*, Tradução Flavio Deni Steffen, Makron Books, 1997, São Paulo.

Anexo: Imagens da Planilha de Cálculo

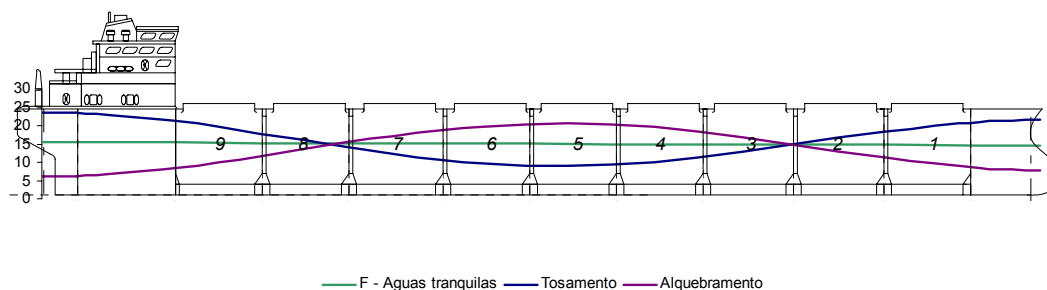


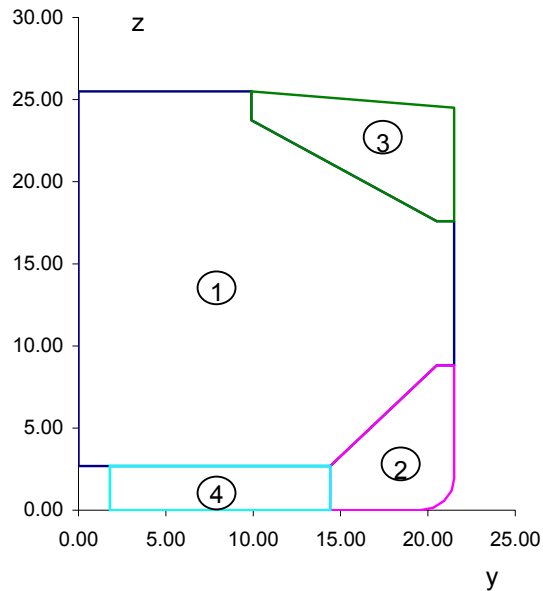
Figura 14 - Perfil de ondas

①

Area de Carga	Node	y	z	Σ	My (Zca)	Mz (Yca)
LC	23	0.00	2.70	0.00	0.00	0.00
		0.00	25.50	0.00	0.00	0.00
	12	9.90	25.50	252.45	3218.74	0.00
	13	9.90	23.74	252.45	3218.74	86.25
	16	20.50	17.61	471.61	5500.85	823.09
	8	21.50	17.61	489.22	5655.90	823.09
	7	21.50	8.82	489.22	5655.90	2854.67
	17	20.50	8.82	480.40	5617.01	2854.67
	20	14.40	2.70	445.26	5506.30	3795.94
	23	0.00	2.70	406.38	5453.81	3795.94
Area Carga				13.4	9.3	

②

Area de Lastro Bojo	Node	y	z	Σ	My (Zca)	Mz (Yca)
	20	14.40	2.70	0.00	0.00	0.00
	17	20.50	8.82	35.14	110.71	-941.27
	7	21.50	8.82	43.96	149.61	-941.27
	6	21.50	1.94	43.96	149.61	648.87
	c	21.35	1.20	43.72	149.42	819.29
	c	20.93	0.57	43.35	149.25	959.95
	c	20.30	0.15	43.13	149.21	1049.34
	5	19.56	0.00	43.07	149.20	1078.67
	4	14.40	0.00	43.07	149.20	1078.67
	20	14.40	2.70	43.07	149.20	798.74
Area Lastro B				3.5	18.5	



③

Area de Lastro Wing	Node	y	z	Σ	My (Zca)	Mz (Yca)
	12	9.90	25.50	0.00	0.00	0.00
	10	21.50	24.50	290.00	3625.48	128.85
	8	21.50	17.61	290.00	3625.48	1721.30
	16	20.50	17.61	272.39	3470.43	1721.30
	13	9.90	23.74	53.24	1188.32	984.47
	12	9.90	25.50	53.24	1188.32	898.22
Area Lastro W				22.3	16.9	

④

Area de Lastro Fundo	Node	y	z	Σ	My (Zca)	Mz (Yca)
	2	1.80	0.00	0.00	0.00	0.00
	22	1.80	2.70	0.00	0.00	-4.37
	20	14.40	2.70	34.02	45.93	-4.37
	4	14.40	0.00	34.02	45.93	275.56
	2	1.80	0.00	34.02	45.93	275.56
Area Lastro F				1.35	8.10	

Figura 15 - Áreas de tanques/porões na Seção Mestra

Tabela T3 - Propriedades de Área da Seção Mestra

Painel	TIPO	No i		No j		Esp.	Perfis		Area do Painel	Alt CA	M. Estático	Momento de Inercia		
		x	y	x	y		Quant	Area				Próprio	Transf.	Total
		mm	mm	mm	mm			mm2				mm4	mm4	mm4
1		0	0	1800	0	20	1	1779	37779	0	0	0	0	0
2		1800	0	8100	0	18.5	6	4268	142158	0	0	0	0	0
3		8100	0	14400	0	18.5	6	4268	142158	0	0	0	0	0
4		14400	0	19560	0	17	6	4268	113328	0	0	0	0	0
5	c	19560	0	21500	1940	20.5	0	0	62471	705	44039105.64	22268907358	31045704049	53314611407
6		21500	1940	21500	8820	20.5	7	3247	163769	5380	881077220	6.45992E+11	4.7402E+12	5.38619E+12
7		21500	8820	21500	17610	18.5	0	0	162615	13215	2148957225	1.04703E+12	2.83985E+13	2.94455E+13
8		21500	17610	21500	21850	20.5	4	5884	110456	19730	2179296880	1.65478E+11	4.29975E+13	4.3163E+13
9		21500	21850	21500	24500	22.5	2	5884	71393	23175	1654532775	41779778542	3.83438E+13	3.83856E+13
10		21500	24500	14400	25112	22.5	7	10800	235942.37	24806	5852786413	7364233231	1.45184E+14	1.45192E+14
11		14400	25112	9900	25500	22.5	4	10800	144825.66	25306	3664958230	1816886219	9.27454E+13	9.27472E+13
12		9900	25500	9900	23740	20	1	3871	39071	24620	961928020	10085527467	2.36827E+13	2.36928E+13
13		9900	23740	14400	21142	12.5	5	3781	83856.429	22441	1881822122	47166474032	4.223E+13	4.22771E+13
14		14400	21142	17900	19142	13	4	6904	80020.675	20142	1611776443	26673558455	3.24644E+13	3.24911E+13
15		17900	19142	20500	17610	14	2	6904	56056.985	18376	1030103150	10963924029	1.89292E+13	1.89401E+13
16		20500	17610	21500	17610	12.5	0	0	12500	17610	220125000	0	3.8764E+12	3.8764E+12
17		21500	8820	20500	8820	12.5	0	0	12500	8820	110250000	0	9.72405E+11	9.72405E+11
18		20500	8820	18570	6790	13	2	3247	42907.462	7805	334892739.3	14734779943	2.61384E+12	2.62857E+12
19		18570	6790	16460	4760	15	3	3247	53660.529	5775	309889553.2	18427472722	1.78961E+12	1.80804E+12
20		16460	4760	14400	2700	16.5	3	3871	59682.119	3730	222614303.8	21105586677	8.30351E+11	8.51457E+11
21		14400	2700	8100	2700	19	6	3871	142926	2700	385900200	0	1.04193E+12	1.04193E+12
22		8100	2700	1800	2700	19	6	3871	142926	2700	385900200	0	1.04193E+12	1.04193E+12
23		1800	2700	0	2700	19	1	1779	35979	2700	97143300	0	2.62287E+11	2.62287E+11
24		14400	25112	14400	21142	12.5	0	0	49625	23127	1147677375	65177888542	2.65423E+13	2.66075E+13
25		1800	0	1800	2700	15	2	1779	44058	1350	59478300	26765235000	80295705000	1.07061E+11
26		8100	0	8100	2700	12.5	0	0	33750	1350	45562500	20503125000	61509375000	82012500000
27		14400	2700	14400	0	12.5	0	0	33750	1350	45562500	20503125000	61509375000	82012500000
Tdf	t	0	2700	0	2700		1	3500	3500	2700	9450000	0	25515000000	25515000000
Tf	t		0	0	0		1	3500	3500	0	0	0	0	0
									2310163.8		25276273556	2.21383E+12	5.08921E+14	5.11135E+14

Area da Secao 4.620 m²
 Altura da LN 10.941 m
 I_{LN} 469.16 m⁴

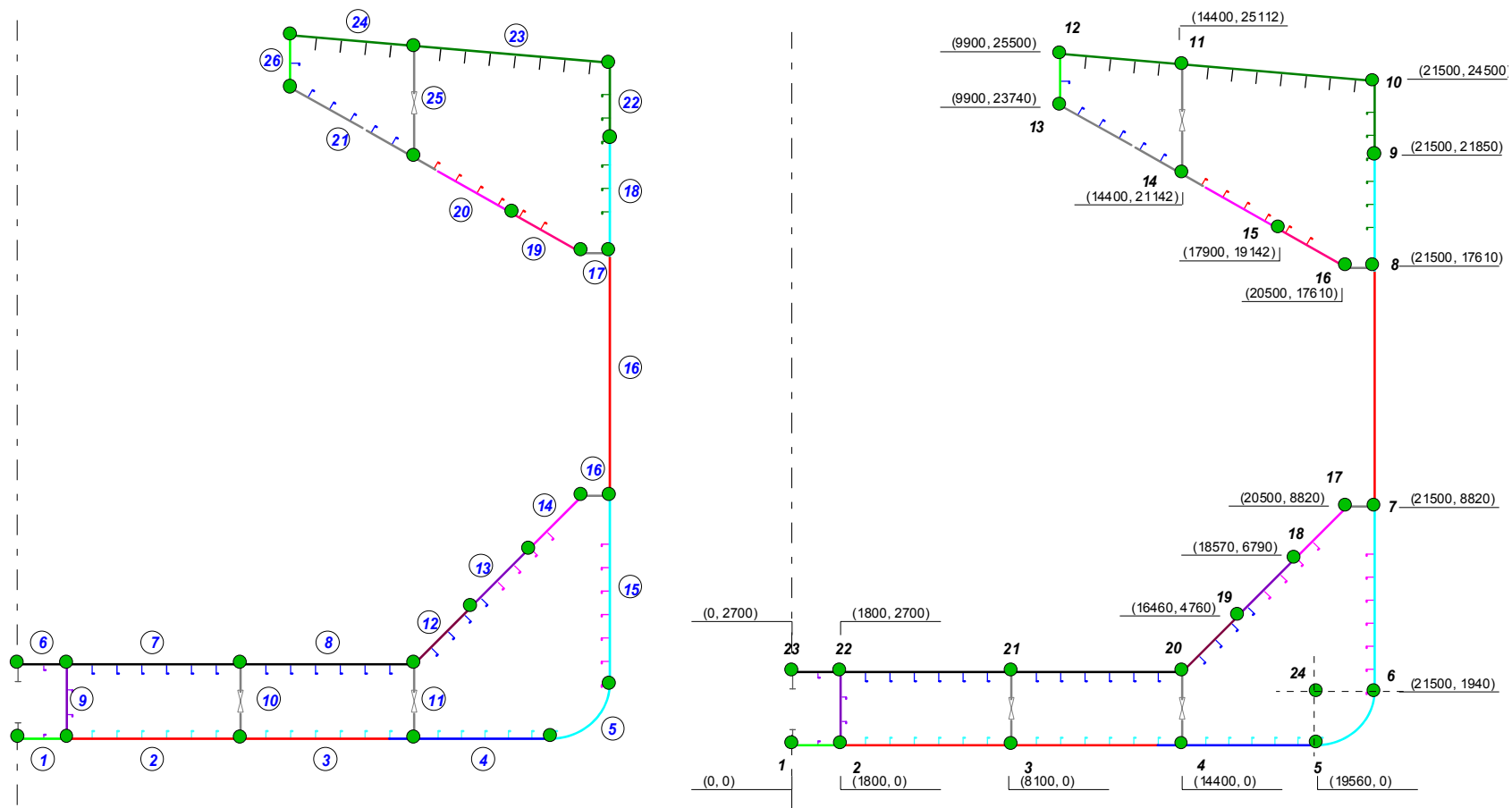


Figura 16 – Coordenadas nodais dos tanques na Seção Mestra