

**XIX CONGRESO PANAMERICANO DE INGENIERIA NAVAL,
TRANSPORTE MARITIMO E INGENIERIA PORTUARIA
GUAYAQUIL, ECUADOR
OCTUBRE 2005**

**ESTIMACION PROBABILISTICA DEL FRANCOBORDO
DE UNA EMBARCACION MENOR OCEANICA**

Por José R. Marín, Ph.D., jrmarin@goliat.espol.edu.ec
Profesor, Facultad de Ingeniería Marítima y Ciencias del Mar,
Escuela Superior Politécnica del Litoral, Guayaquil, Ecuador

RESUMEN

Se ha calculado el Francobordo en Proa requerido para evitar que el agua sumerja la cubierta de un embarcación menor, $L_{pp} = 28.8$ metros y 300 toneladas de desplazamiento, que navega en aguas abiertas. Partiendo de las formas y las condiciones de diseño, se calcularon las amplitudes y fases considerando el problema linearizado en el Plano Vertical cuando recibe las olas desde diferentes ángulos entre Costado y Proa, empleando el programa SCORES. Combinando dichas respuestas, y considerando la elevación del perfil sinusoidal de cada ola individual se calculó la amplitud del movimiento relativo entre un punto ubicado en la Perpendicular de Proa y la superficie de la ola. Utilizando la formulación de ITTC se desarrolló el espectro del Estado de Mar a nivel 5 ($H_{1/3} = 2.68$ metros), considerado como exigente para las Galápagos, y se determinó el Espectro del Movimiento Relativo Proa-Superficie de la Ola. Se consideró que la dirección principal de las olas es de Proa, difundiéndose en forma de coseno cuadrado en las direcciones hacia los costados. Con los momentos de la función Espectro de Respuesta se pudo definir las funciones de densidad probabilística del movimiento relativo Proa/Ola. Finalmente se calculó el francobordo requerido, considerando un número aceptable de veces por hora, 30, en que la cubierta se sumerge en la superficie del mar. Se ha estimado que para un Francobordo de 3.0 metros (10% de L_{pp}), se tendría menos de una inmersión de cubierta por hora, lo que es aceptable considerando las simplificaciones incurridas en el cálculo.

1. INTRODUCCION

El arrufo de la cubierta y el francobordo se establecen para evitar que al oscilar un buque en olas, la superficie del mar sumerja la proa del buque, incrementando el peso cargado y poniendo en riesgo la embarcación. Existen publicados algunos gráficos que presentan dicho parámetro en forma adimensional como función de la eslora y el Porcentaje de Inmersión de Cubierta (“Deck wetness”); sin embargo dicha información es útil únicamente para embarcaciones con esloras superiores a 70 metros, y sometidas a condiciones típicas del Mar del Norte. En [7] se publican valores de altura de Proa pero para embarcaciones menores pesqueras. En este trabajo se estimará el francobordo requerido para una embarcación menor que va a operar en las Islas Galápagos, para un número razonable de veces por hora de inmersión de la cubierta.

Se podría estimar la posibilidad de inmersión de cubierta a través del cálculo de la respuesta a un tren de olas regulares, y luego determinando la diferencia del movimiento de la proa con el desplazamiento de la superficie del mar. Si la amplitud de dicho parámetro es mayor que el francobordo, se tendría la cubierta sumergida. Pero, para obtener resultados confiables habría que asumir amplitud y longitud de ola, y considerarlos como estables, situación poco probable de enfrentarse en la realidad. De manera que lo que se debe hacer es analizar el fenómeno aleatoriamente, [1], [4], empezando por establecer un estado de Mar, calcular la respuesta a trenes de olas regulares, para luego establecer el espectro de la función respuesta. Finalmente, a través de los momentos del área bajo esta última función, se establece una función de distribución probabilística para la variable analizada, y calcular la

probabilidad de que dicha variable exceda el francobordo de la embarcación.

El proceso descrito anteriormente se ha aplicado para estimar el francobordo recomendable para una embarcación menor, de 28.8 metros de eslora entre perpendiculares que va a operar en las Islas Galápagos. Había ciertas dudas sobre el nivel mínimo que debía tener dicho parámetro, y se trata de responder a dicha incógnita en forma técnica.

2. RESPUESTA DEL BUQUE A UN TREN DE OLAS REGULARES

Un buque considerado como cuerpo rígido tiene seis grados de libertad. Considerando un sistema de referencia con el origen en Sección Media, y a la altura del Plano de Flotación, con el eje x en dirección hacia Proa, y en dirección hacia Estribor, y z verticalmente hacia abajo, los movimientos son: Traslación en x , Largada, en y , Ladeo, en z , Levantamiento, y, Rotación en x , Rolido, en y , Cabeceo, y, en z , Guiñada. Estos movimientos comunmente se estudian en dos planos: Vertical, que considera Levantamiento y Cabeceo acoplados, y, Lateral, que combina Ladeo, Rolido y Guiñada. El movimiento de Largada en el análisis de Dinámica del Buque es normalmente considerado como desacoplado.

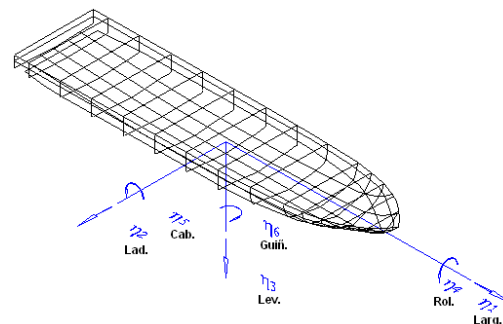


Figura 1.- Movimientos y Convención de Signos

Las olas se pueden aproximar al buque desde cualquier ángulo β respecto de la dirección de su movimiento, y con diferentes frecuencias. En la siguiente

figura se grafica el movimiento relativo de las olas respecto del buque que avanza con velocidad V :

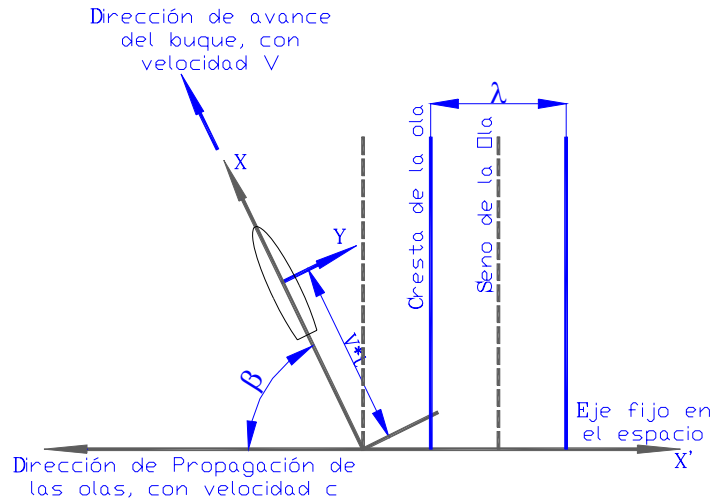


Figura 2.- Movimiento de las Olas respecto del movimiento del buque

De manera que para un observador que avanza con el buque, es decir, con velocidad V , las olas se las recibe con una frecuencia de encuentro:

$$\omega_e = \omega_0 - kV \cos \beta$$

donde:

$\omega_0 = \sqrt{kg}$: Frecuencia propia de la ola, (Relación de Dispersión),

k : Número de la ola = $2\pi/\lambda$, y,

λ : Longitud de la ola

En este trabajo, se ha restringido al caso de "Olas de Proa", porque se considera que significa la más alta exigencia en lo que a respuesta vertical se refiere. Esto a su vez va a producir la mayor posibilidad de que la cubierta se sumerja en la superficie del mar, por lo que $\beta=180^\circ$, véase la Figura 2, y:

$$\omega_e = \omega_0 + kV \quad (1)$$

La función que describe la superficie de una ola de amplitud a , está dado por:

$$\eta(x, y, t) = a \sin [k(-x \cos \beta + y \sin \beta) + \omega_e t]$$

donde las coordenadas (x, y) especifican un punto de la superficie del mar, respecto del sistema que se desplaza con el buque. Considerando un punto en la perpendicular de Proa y con las olas viniendo de Proa ($\beta=180^\circ$), entonces la elevación de la superficie específicamente en dicho punto (se ha despreciado el ancho de la cubierta en Proa) es:

$$\eta_{\text{Proa}}(t) = a \sin [kL_{pp}/2 + \omega_e t] \quad (2)$$

Las ecuaciones de movimiento linealizadas en el plano vertical (Traslación vertical de la Sección Media, $z(t)$, y Rotación en dirección y , $\theta(t)$) se deducen al aplicar la segunda ley de Newton para las fuerzas en

dirección z y momentos en dirección y, y son:

$$a'\ddot{z} + b\dot{z} + cz - d\ddot{\theta} - e\dot{\theta} - g'\theta = Z_w(t)$$

$$A\ddot{\theta} + B\dot{\theta} + C\theta - D\ddot{z} - E\dot{z} - G'z = M_w(t)$$

Los términos independientes $Z_w(t)$ y $M_w(t)$ son el resultado de la acción de las olas incidentes.

3. RESPUESTA A UN TREN DE OLAS REGULARES

La embarcación analizada se describe a continuación, junto con el plano de Líneas de Formas, Figura 3. Las condiciones de carga analizadas son:

Desplazamiento	Velocidad
100%: 300 ton,	9 nudos
	12 nudos
75%: 225 ton,	9 nudos
	12 nudos

Tabla 1.- Condiciones de carga y velocidad analizadas

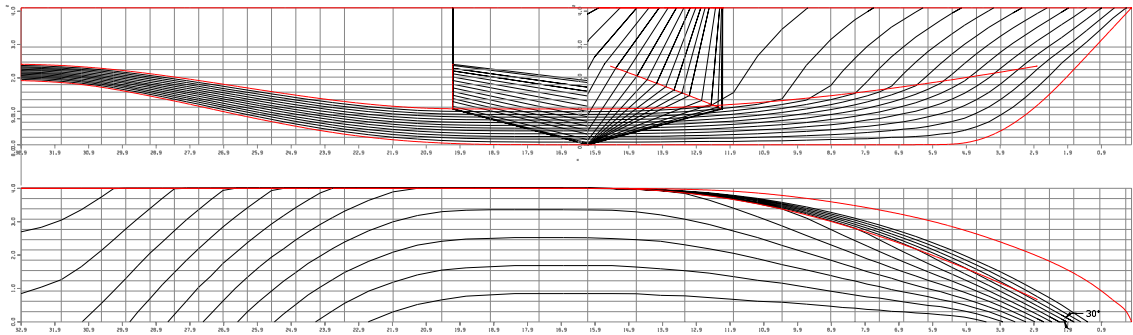


Figura 3.- Líneas de Formas de la embarcación analizada, L_{pp} : 28.8 m, B : 8.0 m, D : 3.40 m, C_B : 0.50

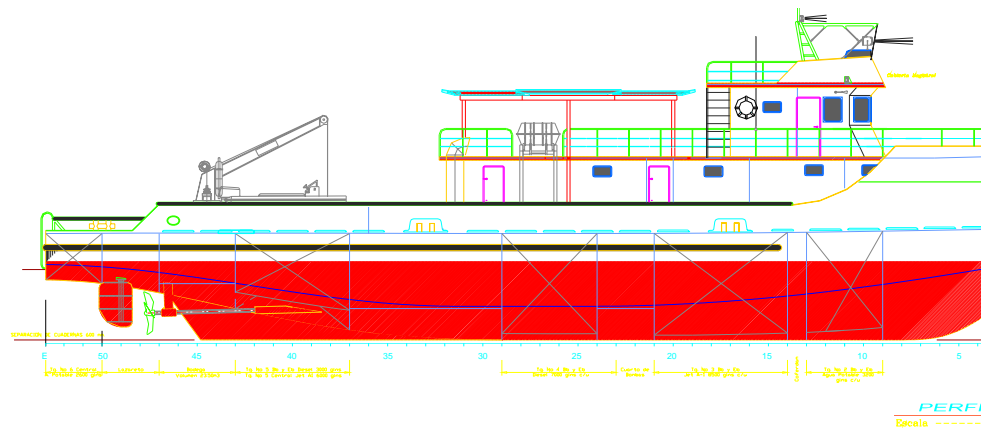


Figura 4.- Distribución General de la embarcación analizada

El radio de giro, k_{yy} , se asumió, para las dos condiciones de carga, como un cuarto de la Eslora. Se utilizó el

programa SCORES, [5], para estimar la respuesta, considerando olas de longitud entre 10 y 160, con incremento de 3

metros, y, con amplitud de 1 metro. Las funciones que resuelven el problema tienen la siguiente forma:

$$\text{Levantamiento: } z = z_0 \text{sen}(\omega_e t + \delta) \quad (3)$$

$$\text{Cabeceo: } \theta = \theta_0 \text{sen}(\omega_e t + \gamma)$$

Las amplitudes (Levantamiento en metros y Cabeceo en grados) se muestran en forma gráfica a continuación, para las cuatro condiciones descritas en la tabla anterior.

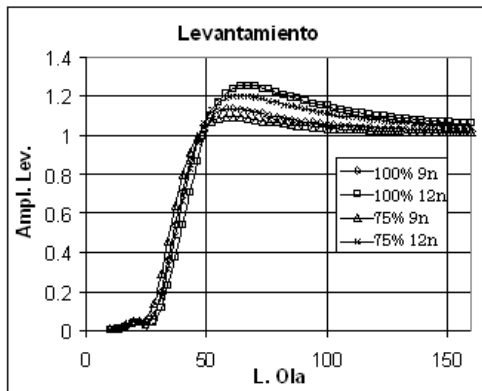


Figura 5.- Amplitudes de Levantamiento

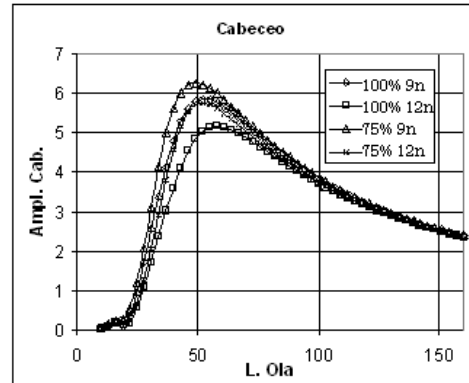


Figura 6.- Amplitudes de Cabeceo

La amplitud de Levantamiento muestra un máximo para una longitud de ola de alrededor de 55-60 metros, luego de lo cual empieza a decaer hasta estabilizarse a 1 metro, valor que coincide con la amplitud de la ola. En cambio la amplitud de Cabeceo tiene un máximo alrededor de 45-55 metros, luego de lo cual empieza a decaer, respondiendo a la cada vez menor pendiente de las olas más largas.

Con las amplitudes y fases en el Plano vertical, se puede calcular el movimiento relativo entre la Proa y la superficie del Mar:

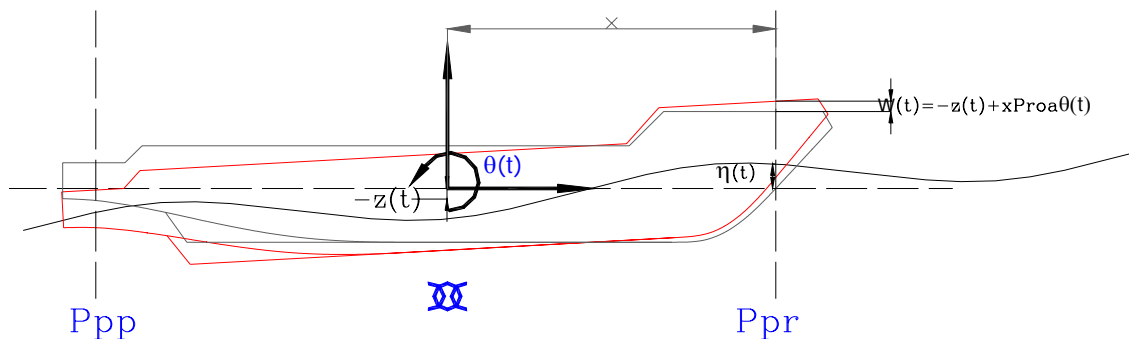


Figura 7.- Movimiento Relativo Proa del buque-Elevación de la superficie del mar

$$w = (-z(t) + x_{Pr} \theta(t)) - \eta_{Pr\text{oa}}(t) \quad (4)$$

Considerando las amplitudes y desfases, de Levantamiento, Cabeceo, ecuación (3) y de la Elevación de la Superficie del mar, ecuación (2), se calculó la amplitud del movimiento relativo, y se ha graficado a continuación, versus las longitudes de ola:

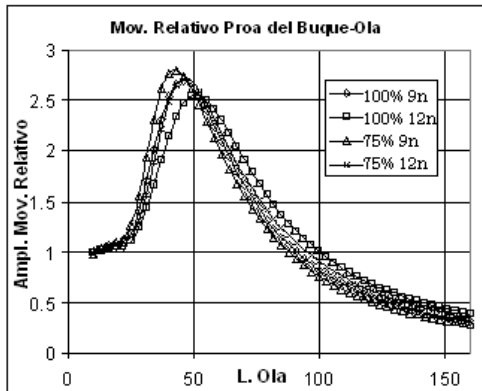


Figura 8.- Amplitudes del Movimiento Relativo Proa – Elevación de la Ola

Considerando un francobordo de 2 metros en Proa, si se tuvieran olas de 1 metro de amplitud y 30 metros de longitud, aproximadamente, la amplitud del movimiento relativo sería mayor que el Francobordo en Proa. Esto indica que el agua llegaría a cubierta en forma continua, una vez en cada ciclo. Sin embargo, es poco probable enfrentarse a una situación tal como la descrita, por lo que se procede a analizar el problema en forma probabilística.

4. RESPUESTA A MARES IRREGULARES

Para empezar este análisis se debe seleccionar un Estado de Mar que refleja la cantidad de energía y su distribución entre las olas componentes presentes y que están incidiendo sobre la embarcación. En este caso, se ha considerado como referencia un Estado de Mar 4. Para describirlo

analíticamente, se ha utilizado la formulación de la ITTC:

$$S_{\eta}(\omega) = \frac{A}{\omega^5} \exp(-B/\omega^4) \quad (5)$$

en la que las constantes A y B se definen de la siguiente forma:

$$A = 173(H_{1/3})^2 / T_1^4$$

$$B = 691 / T_1^4$$

$H_{1/3}$ = Altura significativa de las olas (Promedio del 1/3 de las olas más grandes),

$T_1 = 0.773\tau_m$, donde τ_m es el Período modal (correspondiente a la frecuencia de máximo valor de Espectro).

Tomando de Bhattacharyya, [1], para un estado de Mar 5, valores de 2.68 m y 8.3 segundos para $H_{1/3}$ y τ_m respectivamente, se grafica a continuación el espectro para dicho estado. Se ha graficado como comparación el espectro para estado de Mar 4 ($H_{1/3} = 2.01$ m y $\tau_m = 7.2$ seg). Como referencia, las velocidades del viento son: 22 y 19 nudos, respectivamente.

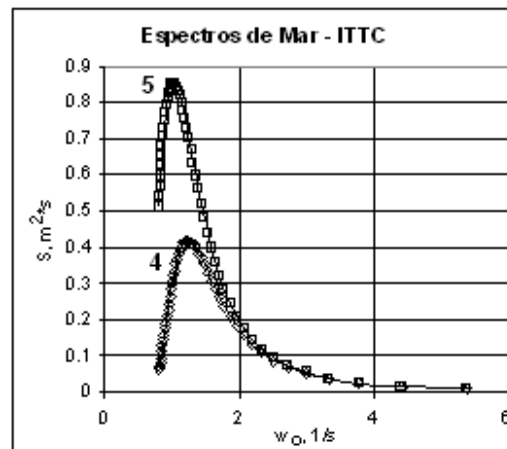


Figura 9.- Espectros para Estados de Mar 4 y 5, según ITTC

A continuación, se calcula el espectro de la respuesta, [4], producto del cuadrado de la amplitud de respuesta por unidad de amplitud de ola incidente, multiplicado por el espectro de olas incidentes:

$$S_w(\omega) = \|w\|^2 S_\eta(\omega) \quad (6),$$

cuyo resultado se muestra a continuación, para las cuatro condiciones analizadas.

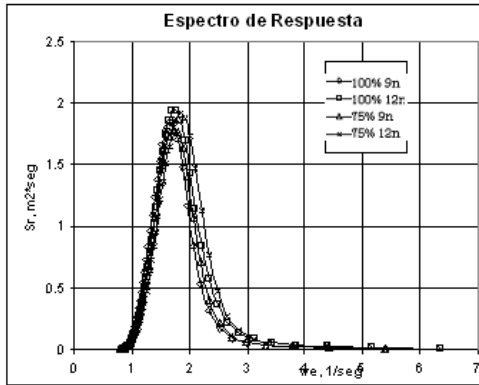


Figura 10.- Espectro de Respuesta para las condiciones analizadas, EM4

Se ha tratado de considerar un rango de longitudes de ola de tal manera que el Espectro de respuesta empiece y termine en valores muy pequeños. De esta forma el área bajo la curva no se verá afectada mayormente al aproximar la integral entre límites finitos.

Para completar esta sección, se han calculado los momentos m_n , de orden 0, 2 y 4 de la función Espectro de Respuesta:

$$m_n = \int_0^{\infty} \omega^n S(\omega) d\omega \quad (7)$$

	m_0, m^2	
	v=9 nudos	v=12 nudos
100%	0.7611521	0.765862
75%	0.7719753	0.782428
	$m_2, m^2/seg^2$	
	100%	2.5336684
75%	2.697879	3.19333
	$m_4, m^2/seg^4$	
	100%	12.600949
75%	13.625819	20.76545

Tabla 2.- Momentos del área bajo la curva de Espectros de Respuesta

El parámetro m_0 representa el área bajo la curva del Espectro de Respuesta, y corresponde a la media cuadrada. Dicho parámetro es proporcional a la energía asociada con el espectro de respuesta. De las condiciones analizadas, el más alto valor de la media cuadrada es Δ : 75% a 12 nudos, como se esperaba, luego se tiene la misma condición de carga a menor velocidad, 9 nudos.

Diseminación direccional de las olas

Siguiendo con el esquema aleatorio del proceso, no se puede esperar que las olas componentes de un estado de Mar avancen en la misma dirección, sino que lo hagan en varios ángulos. Para considerar este factor, se multiplica la función Densidad Espectral, ecuación (6), por una función de diseminación ("spreading function"):

$$S_w(\omega, \beta) = \|w\|^2 S_\eta(\omega) \left[\frac{2}{\pi} \cos^2 \beta \right],$$

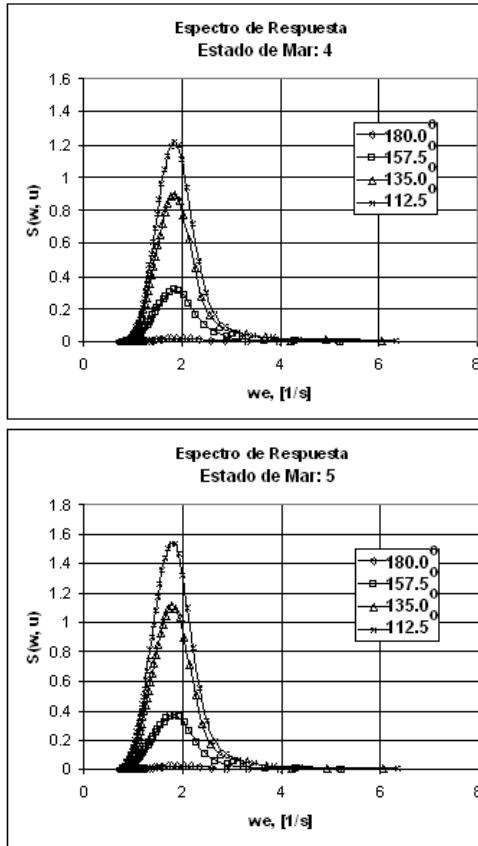


Figura 11.- Diseminación del Espectro con la dirección respecto del buque

Los momentos de la función espectro, se calculan con doble integración, y aprovechando la simetría de la función de diseminación asumida:

$$m_n = 2 \int_{90}^{180} \left[\int_0^{\infty} \omega_e^n S(\omega, \beta) d\omega \right] d\beta$$

Se calculó para ángulos entre 90 y 180, y con incrementos de 22.5° el espectro de respuesta del movimiento relativo de la Proa respecto de la superficie del agua, para estados de Mar 4 y 5, y para la condición de máxima respuesta: 75% de desplazamiento y 12 nudos, que se muestran en la figura 11, y cuyos resultados se muestran en la tabla 3.

	Est. Mar 4	Est. Mar 5
m_0	0.62626	0.81359
m_2	2.55525	3.06984
m_4	16.22928	18.04336
ε	0.59798	0.59836

Tabla 3.- Parámetros de los Espectros de Respuesta

Con la información disponible se puede definir la función densidad probabilística del movimiento relativo Proa/Ola.

5. CALCULO DEL FRANCOBORDO EN FORMA PROBABILÍSTICA

A partir de los resultados del punto anterior, y siguiendo la Teoría de Máximos, los valores extremos de la respuesta siguen una distribución probabilística de la siguiente forma, [2]:

$$p^1(E) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left\{ \varepsilon \exp\left[-(E/\varepsilon)^2/2\right] + E\sqrt{1-\varepsilon^2} \exp\left[-E^2/2\right] \phi\left(E\sqrt{1-\varepsilon^2}/\varepsilon\right) \right\} \quad (8)$$

donde:

E es la variable con forma adimensional = $w/\sqrt{m_0}$,

ε es el parámetro de anchura espectral = $\sqrt{1 - \frac{m_2^2}{m_0 m_4}}$, y,

$$\phi(E\sqrt{1-\varepsilon^2}/\varepsilon) = \int_{-\infty}^{E\sqrt{1-\varepsilon^2}/\varepsilon} \exp[-v^2/2] dv$$

siendo v una variable auxiliar.

Conforme ε tiende a cero, esto es, se trata de un Espectro de banda angosta,

la función (8) tiende a la distribución de Rayleigh, con parámetro igual a m_0 :

$$p(w) = \frac{w}{\sqrt{m_0}} \exp(-w^2 / (2m_0))$$

En el otro extremo, mientras ε tiende a 1.00, la función tiende hacia la distribución Gaussiana con media cero.

En los casos analizados, véase la tabla 3, los valores de ε no son tan pequeños. De manera que para calcular la probabilidad de exceder un valor dado F_1 , habrá que integrar numéricamente la función dada por la ecuación (8):

$$P(F_b) = \int_{F_b}^{\infty} p^1(z) dz \quad (9)$$

A continuación se muestran las funciones de densidad probabilística para la condición 75% 12 nudos, para los estados de Mar analizados:



Figura 12.- Función Rayleigh Corregida para Δ : 75% a 12 nudos

A continuación se calculó la probabilidad de que el movimiento relativo Proa/Ola sea mayor que el francobordo. Finalmente, se ha encontrado que es más fácil establecer valores límites sobre otro parámetro, el número de veces en una hora que la superficie del mar inunda la cubierta,

N_T . Estimando un período promedio para el período en segundos entre valores máximos, τ_c , el número de máximos en una hora será $3600/\tau_c$, y si se multiplica este valor por la probabilidad de que dicho máximo local exceda el valor del francobordo, se tiene:

$$N_T = P(F_b)3600/\tau_c \quad (10)$$

donde el periodo entre máximos sucesivos es, [2]:

$$\tau_c = 2\pi \sqrt{\frac{m_2}{m_4}}$$

Finalmente a continuación se presentan los valores del número de inmersiones de cubierta por hora para las cuatro condiciones analizadas, y para diferentes valores de Francobordo:

		E.Mar 4		E.Mar 5	
		τ_c	2.493s	τ_c	2.592s
F_b , m	F_b/Lpp	$P(F_b)$	N_T	$P(F_b)$	N_T
2	0.069	0.033	47.535	0.069	95.276
2.5	0.087	0.005	7.927	0.017	23.892
3	0.104	0.001	0.924	0.003	4.417
3.5	0.122	0.000	0.116	0.000	0.597

Tabla 4.- Inmersiones de cubierta/ hora para diferentes valores de Francobordo

En [6] se presenta una figura para estimar el Francobordo requerido en función de la Eslora entre Perpendiculares y el Porcentaje de Inmersión de Cubierta, para embarcaciones de formas llenas ($C_b=0.80$). Dichas estimaciones fueron desarrolladas para condiciones del Atlántico Norte, que se espera que sean bastante más exigentes que las de Galápagos. Nótese que al tratar de usar esta figura para el rango de eslora típico

de embarcaciones turísticas locales (alrededor de 30 metros), habría necesidad de desarrollar una extrapolación pronunciada. Para comparar los resultados aquí obtenidos, con los de dicha figura, se calculó a partir de las distribuciones de densidad probabilística el francobordo requerido, para la condición más exigentes 75% y 12 nudos, obteniéndose los siguientes resultados.

Frbdo/Lpp para una Probabilidad Dada, 75% 12kn, Estado de Mar 5			
%Inm.Cbta	$E = Fb / \sqrt{m_0}$	Fb, m	Fb/Lpp
10	2.0399	1.840	0.064
1	2.9712	2.680	0.093
0.1	3.6586	3.30	0.115

Tabla 5.- Francobordo adimensional para una Probabilidad de Inmersión de Cubierta dada

Finalmente a modo de comparación se graficaron los resultados sobre la figura mencionada en el párrafo anterior, como se muestra a continuación.

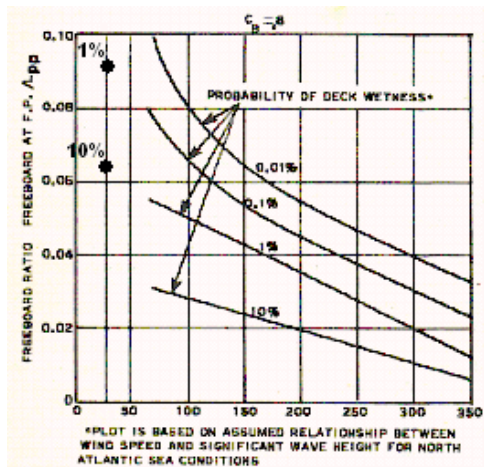


Figura 13.- Probabilidad de Inmersión de Cubierta en función de Eslora y Francobordo relativo, E. Mar 5, [6]

Parece que los resultados aquí obtenidos lucen consistentes con los de la referencia dada.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Se ha calculado la función densidad probabilística de la Amplitud del Movimiento Relativo entre un punto en la Perpendicular de Proa de un buque y la superficie del mar, para una embarcación menor, navegando en un estado de Mar 5. A partir de esta función se han hecho estimaciones del francobordo requerido en Proa para alcanzar un Número Aceptable de Inmersiones de Cubierta por hora. El proceso está basado en un cálculo lineal de la respuesta del buque a trenes de olas regulares, habiendo despreciado los efectos viscosos para las estimaciones hidrodinámicas [5].

La ola que se forma en Proa debido al movimiento del buque, sumada a las olas debidas a la oscilación del buque, van a influir en el francobordo efectivo. Sin embargo, también debería considerarse la altura de la regala, como protección para evitar que el agua inunde la cubierta. En este trabajo no se ha podido cuantificar los efectos citados, de manera que los resultados deben ser usados con cautela. En [2] se establece que un valor máximo recomendable para N_T es 30, de manera que en forma conservativa, con un francobordo por encima de 3.0 metros, se cumpliría en este caso ampliamente dicho requerimiento. De manera que el número que debería recordarse, a partir de estos resultados es 10% respecto de la Eslora entre Perpendiculares para el Francobordo en Proa.

REFERENCIAS

- [1] Bhattacharyya, R., Dynamics of Marine Vehicles. Wiley Interscience, 1978
- [2] Beck, R., et al, Motion in Waves, capítulo VIII en Principles of Naval Architecture, Vol., III, Lewis, F., ed. SNAME, 1988
- [3] Marín, J.R. y Moreno, J.F., Evaluación de la Respuesta de Embarcaciones Menores en Mares Irregulares. Convención Científico-Tecnológica DIGMAT 2000.
- [4] Price, W.G., y Bishop, R.E.D., Probabilistic Theory of Ship Dynamics. Chapman and Hall, 1977
- [5] Raff, A., Program SCORES- Ship structural response in waves. SSC, Reporte 230, 1972
- [6] Taggart, R., ed., Ship Design and Construction. SNAME, 1981
- [7] Maritime Administration, Fishing Vessel Design Data. U.S. Department of Commerce, Mayo 1980.